República Oriental del Uruguay

ANALES

DE

LA UNIVERSIDAD

Tomo XXIII — Entrega N.º 90



MONTEVIDEO

Talleres Gráficos de la Escuela N. de Artes y Oficios

1913

ANALES DE LA UNIVERSIDAD

AÑO XVIII | MONTEVIDEO — 1913 | TOMO XXIII — N.° 90

Curso de Trigonometría Rectilínea

POR EL PROFESOR: NICOLÁS N. PIAGGIO

PRELIMINARES

1. DEFINICIÓN.—Se llama *Trigonometría* (del griego *trígono*, triángulo; y *metría*, medida) *la ciencia que se ocupa principalmente de la resolución de los triángulos;* es decir, que es aquella parte de las Matemáticas que enseña á determinar los lados, ángulos y superficie de un triángulo, mediante los datos necesarios. Se dice que un triángulo *está resuelto* ó *calculado,* cuando se conocen todos sus elementos: lados, ángulos y superficie. La Trigonometría resuelve los triángulos numéricamente.

2. RESOLUCIÓN GRÁFICA. — También la Geometría nos suministra medios para hallar los elementos de un triángulo, pero este procedimiento resolutivo adolece en general de ciertos defectos, como se ve en seguida. Supongamos que sobre el terreno se tomaron los siguientes datos:

Un lado $a = 856^{m}$; otro lado $b = 956^{m}$; el ángulo comprendido $C = 39^{o}\ 27'$: se quiere hallar el largo del lado c, y valor de los ángulos A, opuesto al lado a, y B, opuesto al lado b.

Trazamos en el papel una recta indefinida, sobre la cual tomamos, á partir de un punto C de ella, una extensión igual á 856 metros, suponiendo con ese objeto que un milímetro del papel represente 6 metros, por ejemplo, del terreno; 856 metros valen entonces $856 : 6 = 142{,}7$ milimetros. En el punto C formamos con el trans-

portador un ángulo de 39° 27', y sobre el nuevo lado construído tomamos 956 : 6 = 159,3 milímetros. El triángulo terminado, es semejante al del terreno, por tener dos lados proporcionales (razón de la proporción, $\frac{1}{6000}$) é igual el ángulo comprendido. Y de esta semejanza, deducimos: 1.º Que los ángulos A y B del papel son iguales respectivamente á los del terreno; 2.º Que el número de milímetros que tenga el lado c, multiplicado por 6, será el número de metros que tendrá en el terreno su lado homólogo; y 3.º Que el área obtenida, multiplicando la base por la mitad de la altura, la primera numéricamente expresada (dato) y la segunda gráficamente conseguida, será la que corresponde á la del terreno, siempre con sujeción á la escala adoptada, $\frac{1}{6000}$.

a) INCONVENIENTES DEL MÉTODO GEOMÉTRICO.—Este inconveniente es la falta de exactitud. En efecto, supongamos que el triángulo construído sea absolutamente semejante al del terreno. Apreciamos los ángulos A y B por medio del transportador, que no evalúa por lo general sino de 10 en 10', que es la diferencia de apreciación entre el medio grado y el tercio de grado: es con este error, entonces, que los tenemos deducidos; el lado c tiene un cierto número de milímetros con una diferencia en más ó en menos de $^1/_4$ de milímetro, por la parte más baja; y ese cuarto de milímetro representa en el terreno $^1/_4$ de 6 metros, que es más de 1 metro; luego también aquí se obtendrá un elemento equivocado, variando su error real con la escala que se adopte en la construcción del triángulo. Hay, pues, errores en tales apreciaciones (lo mismo sería en la del área), aún suponiendo que la figura esté matemáticamente construída, lo que no es así; también existen los errores de construcción y, tanto éstos como los de apreciación, no sabemos en qué sentido se producen; si se conocieran, sería posible aminorar en mucho tales errores; y no debe decirse por completo, por cuanto el valor absoluto de ellos no es posible determi-

narlo con toda precisión: no solamente dependen de los límites de apreciación de los utensilios empleados, sino también del mayor ó menor esmero con que se construya la figura y de la apreciación personal para determinar esos mismos límites.

b) VENTAJA DEL MÉTODO GEOMÉTRICO. — La única: la prontitud con que se resuelve el triángulo.

c) ALGUNA EXCEPCIÓN. — Hay ciertos elementos que en Geometría se pueden obtener numéricamente; por ejemplo: hallar un lado de un triángulo rectángulo en función de los otros dos (fórmula $a^2 = b^2 + c^2$, en que a es la hipotenusa y b y c los catetos; hallar el área S de un triángulo cualquiera en función de los tres lados: fórmula $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$, en que p representa la mitad del perímetro $a+b+c$.

Ejercicios

1.º Resolver geométricamente un triángulo cuando se conozcan: $a = 326^m$; $b = 515^m$; $c = 286^m$. (Puede adoptarse la escala de 1 á 1.000).

2.º La perpendicular trazada desde el vértice del ángulo recto de un triángulo rectángulo sobre la hipotenusa determina en ésta dos segmentos: $m = 53^m80$; $n = 24^m87$; hallar numéricamente los lados del triángulo, el largo de la perpendicular y el área del mismo triángulo.

3. PLAN DE LA OBRA. — Dividiremos el estudio de la Trigonometría en tres partes: 1.º Estudio, relaciones y valores de las líneas trigonométricas; 2.º Aplicación de la Trigonometría á la resolución de los triángulos; 3.º Otras aplicaciones de la Trigonometría.

PRIMERA PARTE

Estudio, relaciones y valores de las líneas trigonométricas

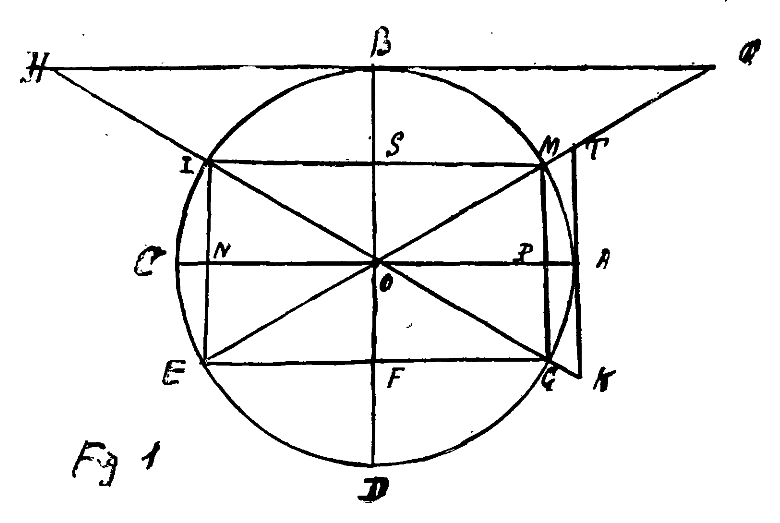
CAPÍTULO I

LÍNEAS TRIGONOMÉTRICAS — SUS RELACIONES

ARTÍCULO I

ESTUDIO DE LAS LÍNEAS TRIGONOMÉTRICAS

4. Definiciones generales. — Consideremos una circunferencia O (fig. 1) trazada con un radio cualquiera OA; supongamos que A es el *origen* de los arcos que sobre ella vamos á considerar, y admitamos que sean positivos esos arcos contados en el sentido ABC.... y negativos cuando se cuenten en el sentido contrario ADE ... Tomemos en seguida un arco cualquiera AM y tracemos la perpendicular MP al radio OA, desde el extremo libre del arco. Esta recta MP se llama seno; es



decir, que SENO *de un arco es la perpendicular trazada desde el extremo libre del arco al radio ó diámetro que pasa por el origen:* IN es el seno del arco ABI; EN es el seno del arco $ABCE$; GP el seno del arco $ABCDG$. Se llama TANGENTE *de un arco la parte de tangente geométrica comprendida entre el origen y el radio prolongado que pasa por el extremo libre del arco:* AT es la tangente del arco AM y del arco $ABIE$; AK es la tangente del arco ABI y también del $ABEG$. SECANTE *de un arco es el largo del* RADIO *prolongado hasta encontrar la tangente,* ó mejor, *es la distancia del centro de la circunferencia al extremo de la tangente.* OT es la secante del arco AM y del ABE; OK de los arcos ABI y $ABEG$.

NOTA. — Además de las tres líneas definidas, hay autores que agregan otra llamada SENOVERSO, *que es la distancia entre el origen y el pie del seno,* ó sea AP.

5. ARCOS COMPLEMENTARIOS.—Recordemos que dos arcos son complementarios cuando sumados componen un recto ó 90°. Desde luego se debe entender que esta suma es algebraica. Así que el complemento del arco AM es MB, del arco AIB es IB; del arco ABE, EB; del arco $ABDG$, $GDCB$ (nótense en la disposición de las letras los sentidos de esos complementos). El complemento aditivo del arco a es $90° - a$ y recíprocamente; el complemento sustractivo de $90° + a$ es $-a$; el de $[90° - (a+b)]$, es $(a+b)$; el de $\frac{1}{2}(a+b)$, $[90° - \frac{1}{2}(a+b)]$; y el de $\left(90° + \frac{a-b}{2}\right)$, $-\frac{1}{2}(a-b)$. Supondremos el origen de los arcos complementarios en el punto B; de modo que A es el origen general de los arcos y B el de los complementos.

6. COLÍNEAS. — Son las mismas que las estudiadas, anteponiéndoles la sílaba *co,* y se definen así: COSENO *de un arco el seno del complemento:* MS es el coseno del arco AM. Se observa que MS es igual á OP, de donde esta nueva definición del coseno: *coseno de un arco es la distancia entre el centro del círculo y el pie del seno;* y por consiguiente, *senoverso igual á radio menos coseno.* ON es el coseno de

ABI y también de *ABE*; *OP* que era el coseno del arco *AM* también lo es del arco *ABDG*. COTANGENTE *de un arco es la tangente del complemento: BQ* es la cotangente del arco *AM* y también del *ABE*; *BH* de los arcos *ABI* y *ABDG*. COSECANTE *de un arco es la secante del complemento: OQ* es cosecante de los arcos *AM* y *ABE*; *OH* de los arcos *ABI* y *ABDG*.

NOTAS. — I. COSENOVERSO *de un arco es el senoverso del complemento: BS*, igual al radio menos el seno, es el cosenoverso del arco *AM*.

II. Las palabras *seno, tangente, secante, coseno, cotangente* y *cosecante*, se escriben abreviadas y respectivamente así: *sen, tg, sec, cos, cot* y *cosec*.

III. Las líneas y las colíneas se comprenden bajo el nombre general de LÍNEAS TRIGONOMÉTRICAS.

7. SIGNOS DE LAS LÍNEAS TRIGONOMÉTRICAS. — Se ha convenido en llamar *positivos* (+) los senos y tangentes que se cuenten *arriba* del diámetro *AC*, y *negativos* (−) los que se hallen *debajo*, cosenos y cotangentes *positivos* á la *derecha* del diámetro *BD* y *negativos* á la *izquierda*, secantes y cosecantes *positivas* cuando pasan por el extremo del arco, y *negativas* cuando no pasan. *MP* é *IN* son senos positivos de los arcos *AM* y *ABT*; *NE* y *PG* senos negativos de los arcos *ABE* y *ABEG*. *OP* es coseno positivo de los arcos *AM* y *ABEG*; *ON* coseno negativo de los arcos *ABI* y *ABE*. PRINCIPIO: *Todas las líneas de los arcos que no pasan de 90°, ó sea de los arcos comprendidos en el 1.er cuadrante, son positivas.*

EJERCICIO. — Distínganse los signos en las demás líneas y colíneas que hemos detallado.

8. ARCOS NEGATIVOS. — Ya dijimos lo que se entiende por tales arcos; vamos á examinar ahora sus líneas trigonométricas. El trazado de la figura nos exime de algunas justificaciones. El seno de *AM* es positivo y el de *AG* negativo; por otra parte, *MP* = *PG*; el seno de *ABI* es positivo y el de *ADE* negativo; además *IN* = *EN*; luego los senos de dos arcos iguales, pero de sentido con-

trario, son iguales y de diferente signo; los cosenos son iguales y del mismo signo: OP es el coseno positivo de AM y de AG; ON es el coseno negativo de ABI y de ADE. Las tangentes, cotangentes y cosecantes como los senos, y las secantes como los cosenos.

NOTA.—Con el fin de evitar modificaciones en los signos, no consideraremos otro origen de los arcos que el punto A. Sin embargo, es útil tener presente que el seno del arco AM podría también ser la perpendicular trazada desde A hasta OM, etc.

9. ARCOS SUPLEMENTARIOS.—Son aquellos que sumados dan 2 rectos ó 180°. Por lo general, los arcos suplementarios son aditivos. En nuestra figura, el suplemento de AM es MBC; pero con el fin de relacionar ambos arcos al mismo origen, decimos que el suplemento de AM es AMI, y recíprocamente. El suplemento de $180^\circ - a$ es a; el de $(90^\circ + a)$ es $(90^\circ - a)$; el de $\frac{1}{2}(a-b)$ es $[180^\circ - \frac{1}{2}(a-b)]$; y el de $[180^\circ - (m+n-p)]$, $(m+n-p)$.

10. RELACIONES ENTRE LAS LÍNEAS TRIGONOMÉTRICAS DE LOS ARCOS COMPLEMENTARIOS.—De la misma definición *(6)* y de lo expuesto *(8)*, se deducen fácilmente los siguientes cuadros:

$$\begin{aligned}
&\operatorname{sen}(90^\circ - a) = \cos a;\\
&\operatorname{tg}(90^\circ - a) = \cot a;\\
&\sec(90^\circ - a) = \operatorname{cosec} a;\\
&\cos(90^\circ - a) = \operatorname{sen} a;\\
&\cot(90^\circ - a) = \operatorname{tg} a;\\
&\operatorname{cosec}(90^\circ - a) = \sec a.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\operatorname{sen}(90^\circ + a) = \cos(-a) = \cos a;\\
&\operatorname{tg}(90^\circ + a) = \cot(-a) = -\cot a;\\
&\sec(90^\circ + a) = \operatorname{cosec}(-a) = -\operatorname{cosec} a;\\
&\cos(90^\circ + a) = \operatorname{sen}(-a) = -\operatorname{sen} a;\\
&\cot(90^\circ + a) = \operatorname{tg}(-a) = -\operatorname{tg} a;\\
&\operatorname{cosec}(90^\circ + a) = \sec(-a) = \sec a.
\end{aligned}$$

$$\operatorname{sen}[90^\circ - \tfrac{1}{2}(a+b)] = \cos \tfrac{1}{2}(a+b);$$

EJERCICIO.—Termínese el cuadro.

11. Relaciones entre las líneas de los arcos suplementarios. — Haciendo uso de la figura 1, tenemos: 1.º *Los senos y las cosecantes de los arcos suplementarios son iguales y del mismo signo;* los arcos suplementarios AM y AMI tienen por senos respectivamente MP é IN iguales y ambos positivos; en igual caso se encuentran las cosecantes OQ y OH (los triángulos OBQ y OBH son iguales). 2.º *Los cosenos, tangentes, cotangentes y secantes de los arcos suplementarios son iguales y de signo contrario;* en tal caso se hallan los cosenos OP y ON, las tangentes AT y AK, las cotangentes BQ y BH y las secantes OT y OK. Si consideramos como arcos suplementarios ABE y CE, como CE es negativo, al tratar de relacionarlo al mismo origen que el otro, tendremos que reemplazarlo por AG; en este caso los senos son EN y GP, *ambos iguales* y *negativos*, lo mismo las cosecantes OQ y OH; los cosenos son ON y OP *negativo* y *positivo*, y así las demás líneas trigonométricas.

De todo lo expuesto se deducen los siguientes cuadros:

$$\begin{aligned}
&\text{sen}\,(180^\circ - a) = \text{sen}\,a;\\
&\text{tg}\,(180^\circ - a) = -\,\text{tg}\,a;\\
&\text{sec}\,(180^\circ - a) = -\,\text{sec}\,a;\\
&\cos\,(180^\circ - a) = -\cos a;\\
&\cot\,(180^\circ - a) = -\cot a;\\
&\text{cosec}\,(180^\circ - a) = \text{cosec}\,a.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\text{sen}\,(90^\circ + a) = \text{sen}\,(90^\circ - a) = \cos a;\\
&\text{tg}\,(90^\circ + a) = -\,\text{tg}\,(90^\circ - a) = -\cot a;\\
&\text{sec}\,(90^\circ + a) = -\,\text{sec}\,(90^\circ - a) = -\,\text{cosec}\,a;\\
&\cos\,(90^\circ + a) = -\cos\,(90^\circ - a) = -\,\text{sen}\,a;\\
&\cot\,(90^\circ + a) = -\cot\,(90^\circ - a) = -\cot a;\\
&\text{cosec}\,(90^\circ + a) = \text{cosec}\,(90^\circ - a) = \text{sec}\,a.
\end{aligned}$$

$$\text{sen}\left(180^\circ - \frac{a-b}{2}\right) = \text{sen}\,\frac{1}{2}(a-b);$$

Ejercicio. — Termínese el cuadro.

12. VENTAJA DE HACER EL RADIO IGUAL Á LA UNIDAD. —Supongamos un ángulo MOA (figura 2), que puede ser el mismo MOA de la figura anterior; sean AM, $A'M'$, $A''M''$ diferentes arcos correspondientes á dicho ángulo.

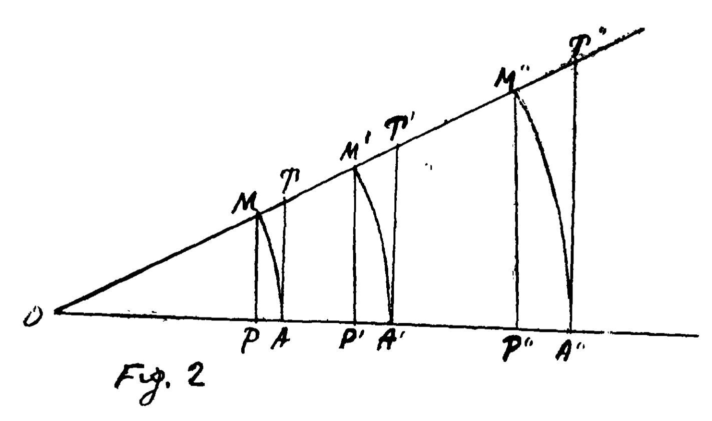


Fig. 2

Es evidente que los senos MP, $M'P'$, $M''P''$, de esos arcos son diferentes, aumentando á medida que se hallan más lejos del vértice; lo mismo pasa con los cosenos, tangentes y secantes trazadas, y también sucederá con las otras dos líneas trigonométricas que faltan. Pero de la semejanza de los triángulos OMP, $OM'P'$, $OM''P''$, y después de los triángulos OAT, $OA'T'$, $OA''T''$, deducimos (nos ocuparemos sólo del seno y de la tangente, que el estudiante lo haga con el coseno y la secante):

$$\frac{MP}{OM}=\frac{M'P'}{OM'}=\frac{M''P''}{OM''};\ \frac{AT}{OA}=\frac{A'T'}{OA'}=\frac{A''T''}{OA''},\ \text{ó bien}$$

$$\frac{\text{sen}}{R}=\frac{\text{sen}'}{R'}=\frac{\text{sen}''}{R''};\ \frac{\text{tg}}{R}=\frac{\text{tg}'}{R'}=\frac{\text{tg}''}{R''}.$$

Es decir, que no cambiando el ángulo, la relación entre el seno definido y el radio es constante y lo mismo entre la tangente y el radio; ó en otros términos, permaneciendo fijo el ángulo, el seno del arco correspondiente es la misma parte del radio, cualquiera que sea el largo de

éste; de manera que si suponemos el radio igual á la unidad, la fracción *abstracta* que represente un seno significará esa misma fracción del radio: el seno vale $^5/_8$, quiere decir que es lo $^5/_8$ del radio; la tangente vale 2 $^3/_5$, esto es, 2 radios y $^3/_5$ de radio, etc., etc. Rigurosamente, las definiciones dadas en los números *4* y *6* son en el supuesto de ser el radio igual á la unidad. Sino habría que definirse así: *se llama seno de un arco la relación entre la perpendicular bajada de un extremo del arco al radio del otro extremo, y el mismo radio.* Igual cosa pasa con las otras líneas. Invitamos al lector á que de esta manera las defina todas.

PROPOSICIÓN FUNDAMENTAL. — *El radio en trigonometría se hace igual á uno.*

COROLARIO. — Las líneas trigonométricas son valores abstractos y no entran, por lo tanto, en la formación del grado de los monomios.

13. VARIACIONES DE LAS LÍNEAS TRIGONOMÉTRICAS. — Volvamos á la figura 1, y supongamos que el punto M baja hasta confundirse con el origen A; en este caso el arco vale cero grados, es nulo; su seno es también nulo, así como su tangente; el coseno vale $OA = 1$ y también la secante; la cotangente y la cosecante son infinitas. Si en cambio el arco *aumenta de cero á 90 grados,* observaríamos que las *líneas aumentan* y las *colíneas disminuyen.* Cuando el punto M llegue á B, el arco vale 90°, y entonces el seno y la cosecante son iguales á $OB = 1$; el coseno y la cotangente nulos; la tangente y la secante infinitas. Sigue aumentando el arco hasta valer $ABC =$ 180°; el seno y la tangente son nulos; el coseno es igual á $OC = -1$; la secante es $OA = -1$; la cotangente infinita negativa, y la cosecante infinita positiva. Por lo demás, será conveniente que el lector insista en examinar la verdad de estos cuadros:

0°	90°	180°	270°
sen = 0	sen = 1	sen = 0	sen = — 1
tg = 0	tg = ∞	tg = 0	tg = ∞
sec = 1	sec = ∞	sec = — 1	sec = — ∞
cos = 1	cos = 0	cos = — 1	cos = 0
cot = ∞	cot = 0	cot = — ∞	cot = 0
cosec = ∞	cosec = 1	cosec = ∞	cosec = — 1

NOTAS. — I. Para deducir con facilidad las líneas del último cuadro, examinamos primero las del arco $ABCE$, y luego hacemos bajar E hasta D; lo mismo que para obtener las del arco de 180° examinamos antes las líneas del arco ABI, haciendo bajar después I hasta C

II. Cuando la tangente es infinita, á priori decimos que también lo es la secante. Igual pasa entre la cotangente y la secante.

III. Sin tener á la vista ninguno de los cuadros anteriores, constrúyase uno con las líneas del arco de 360°, ó sea de la circunferencia entera.

14. *Regla de Dostor para los signos de las líneas trigonométricas.* — Se escriben estas líneas en el orden natural

sen, tg, sec, cos, cot, cosec,

y llamamos *extremas* á la 1.ª y 6.ª, *medias* á la 3.ª y 4.ª é *intermedias* á la 2.ª y 5.ª.

Ahora,

Para el 1.er cuadrante (0° á 90°) *todas las líneas positivas,*
» » 2.° » (90° » 180°) *positivas las extremas;*
» » 3.er » (180° » 270°) *positivas las intermedias,*
» » 4.° » (270° » 360°) *positivas las medias.*

EJERCICIOS. — 1. Construir un arco: 1.°, cuando el *seno* valga 5/8 ; 2.°, cuando la *tangente* valga 1 2/3 ; 3.°, la *secante* 2 1/5 ; 4.°, el *coseno* 4/9 ; 5.°, la *cotangente* 0.8; 6.° la *cosecante* 1 3/5 .

2. Constrúyanse los arcos haciendo variar sucesivamente los signos de las seis lineas.

ARTÍCULO II

RELACIONES ENTRE LAS LÍNEAS TRIGONOMÉTRICAS DEL MISMO ARCO

15. Relaciones anunciadas. — En el triángulo OMP (fig. 1) se tiene $\overline{OP}^2+\overline{MP}^2=\overline{OM}^2$, ó bien, llamando a al arco AM,

$$\cos^2 a = \operatorname{sen}^2 a = 1. \qquad (1)$$

De los triángulos OAM y OMP, se saca:

$$\frac{AT}{MP}=\frac{OA}{OP};\ \frac{\operatorname{tg} a}{\operatorname{sen} a}=\frac{1}{\cos a};\ \text{de donde } \operatorname{tg} a=\frac{\operatorname{sen} a}{\cos a}; \qquad (2)$$

además,

$$\frac{OT}{OM}=\frac{OA}{OP};\ \frac{\sec a}{1}=\frac{1}{\cos a},\ \text{y de aquí } \sec a=\frac{1}{\cos a}\cdot \qquad (3)$$

De los triángulos OBQ y OMS, obtenemos:

$$\frac{BQ}{SM}=\frac{OB}{OS};\ \frac{\cot a}{\cos a}=\frac{1}{\operatorname{sen} a};\ \cot a=\frac{\cos a}{\operatorname{sen} a}\cdot \qquad (4)$$

$$\frac{OQ}{OM}=\frac{OB}{OS};\ \frac{\operatorname{cosec} a}{1}=\frac{1}{\operatorname{sen} a};\ \operatorname{cosec} a=\frac{1}{\operatorname{sen} a}\cdot \qquad (5)$$

16. Problema. — *Conociendo el seno de un arco, calcular, en función de él, todas las líneas trigonométricas del mismo arco.* — De la fórmula (1) se deduce $\cos^2 a = 1-\operatorname{sen}^2 a$; $\cos a=\pm\sqrt{1-\operatorname{sen}^2 a}$, y queda así hallado el coseno.

Después: $\operatorname{tg} a=\dfrac{\operatorname{sen} a}{\pm\sqrt{1-\operatorname{sen}^2 a}}$; $\sec a=\dfrac{1}{\pm\sqrt{1-\operatorname{sen}^2 a}}$; $\cot a=\dfrac{\pm\sqrt{1-\operatorname{sen}^2 a}}{\operatorname{sen} a}$; además, se tiene directamente, $\operatorname{cosec} a=\dfrac{1}{\operatorname{sen} a}\cdot$

17. PROBLEMA (á resolverse).— *Hallar los valores de las íneas trigonométricas en función del coseno;* ó sea, conociendo el coseno de un arco, calcular todas las líneas de ese arco.

18. GENERALIZACIÓN. — PRINCIPIO. — *Las fórmulas halladas en el número 15 son generales.*—Consideremos un arco cualquiera $ABCE$, al que seguiremos llamando a. En el triángulo OEN se tiene $\overline{ON}^2+\overline{NE}^2=\overline{OE}^2$; $(-\cos a)^2+(-\operatorname{sen} a)^2=1$; $\cos^2 a+\operatorname{sen}^2 a=1$. En seguida los triángulos semejantes AOT y ONE, nos dan:

$$\frac{AT}{NE}=\frac{OA}{ON}; \ \frac{OT}{OE}=\frac{OA}{ON}.$$

De aquí,

$$\frac{\operatorname{tg} a}{-\operatorname{sen} a}=\frac{1}{-\cos a}; \ \frac{-\sec a}{1}=\frac{1}{-\cos a}.$$

Y, por consiguiente,

$$\operatorname{tg} a=\frac{\operatorname{sen} a}{\cos a}; \ \sec a=\frac{1}{\cos a}.$$

EJERCICIO. — Continúese haciendo la generalización.

19. DISCUSIÓN. — Por ahora haremos solamente la que corresponde á los valores hallados en el número *16*. Encontramos $\cos a=\pm\sqrt{1-\operatorname{sen}^2 a}$. Cualquiera que sea el valor del arco a, $\operatorname{sen} a$ es menor que 1 (todo lo más 1) y por lo tanto $\operatorname{sen}^2 a<1$; luego, $1-\operatorname{sen}^2 a$ es positivo; luego el radical es real, y será positivo si a no pasa de 90° ó pasa de 270°, y negativo si a se halla comprendido entre 90 y 270° *(7)*. Para la tangente adoptaremos el signo + del radical si el arco se encuentra comprendido entre 0 y 90° ó entre 180 y 270°; en los demás casos el signo —; lo mismo para la cotangente. Para la secante el + entre 0 y 90° ó entre 270 y 360°; el — en los otros

casos. Podría hacerse fácilmente el examen para el caso de arcos negativos.

20. PROBLEMA.— *Expresar el seno, coseno y cotangente en valores de la tangente.*

Se tiene $\operatorname{tg} a = \frac{\operatorname{sen} a}{\cos a}$ y por lo tanto $\operatorname{tg}^2 a = \frac{\operatorname{sen}^2 a}{\cos^2 a}$, que se puede escribir así: $\frac{\operatorname{tg}^2 a}{1} = \frac{\operatorname{sen}^2 a}{\cos^2 a}$. Ahora, aplicando un principio doble de las proporciones, se obtiene:

$$\frac{\operatorname{tg}^2 a + 1}{1} = \frac{\operatorname{sen}^2 a + \cos^2 a}{\cos^2 a};\quad \frac{\operatorname{tg}^2 a + 1}{\operatorname{tg}^2 a} = \frac{\operatorname{sen}^2 a + \cos^2 a}{\operatorname{sen}^2 a};$$

pero $\operatorname{sen}^2 a + \cos^2 a = 1$, luego

$$\frac{\operatorname{tg}^2 a + 1}{1} = \frac{1}{\cos^2 a};\quad \frac{\operatorname{tg}^2 a + 1}{\operatorname{tg}^2 a} = \frac{1}{\operatorname{sen}^2 a};$$

de donde

$$\cos^2 a = \frac{1}{\operatorname{tg}^2 a + 1};\quad \cos a = \frac{1}{\pm\sqrt{\operatorname{tg}^2 a + 1}}. \qquad (6)$$

$$\operatorname{sen}^2 a = \frac{\operatorname{tg}^2 a}{\operatorname{tg}^2 a + 1};\quad \operatorname{sen} a = \frac{\operatorname{tg} a}{\pm\sqrt{\operatorname{tg}^2 a + 1}}. \qquad (7)$$

Por último, de ser $\operatorname{tg} a = \frac{\operatorname{sen} a}{\cos a}$ y $\cot a = \frac{\cos a}{\operatorname{sen} a}$, dedúcese:

$\operatorname{tg} a \times \cot a = \frac{\operatorname{sen} a}{\cos a} \times \frac{\cos a}{\operatorname{sen} a}$, ó $\operatorname{tg} a \cot a = 1$, de donde

$$\cot a = \frac{1}{\operatorname{tg} a}. \text{ (1)} \qquad (8)$$

---

(1) Y también $\sec^2 a = 1 + \operatorname{tg}^2 a$, como es fácil observar en el triángulo OAT de la figura 1. Además, la cosecante da estas fórmulas: 1.ª, $\operatorname{cosec}^2 a = 1 + \cot^2 a$; 2.ª, $\operatorname{cosec}^2 a = \frac{1 + \operatorname{tg}^2 a}{\operatorname{tg}^2 a}$; 3.ª, $\operatorname{cosec} a = \frac{\sec a}{\operatorname{tg} a}$.

NOTAS. — I. Siendo $\operatorname{tg} a \cot a = 1$, resulta que la *tangente y la cotangente de un mismo arco son cantidades recíprocas.* En igual caso se encuentran la secante y el coseno, y la cosecante y el seno.

II. La observación anterior puede tomarse como una regla mnemotécnica, para conseguir la retentiva de algunos fórmulas.

III. Será útil que el estudiante pase en revista las fórmulas numeradas y examine los casos en que debe tomar los signos + ó − del radical en las fórmulas (6) y (7):

EJERCICIOS. — 1.° Dada la cotangente de un arco, hallar las demás lineas trigonométricas de ese arco, en función de dicha cotangente. Hágase lo mismo con la secante y cosecante respectivamente.

2.° Discútanse los resultados obtenidos.

21. LÍNEAS TRIGONOMÉTRICAS DEL ARCO DE 30°.—Antes tenemos que formular este principio: *El seno de un arco es la mitad de la cuerda del arco duplo.* En efecto (fig. 1), por un teorema de Geometría se deduce que $MP = PG$ y $AM = AG$, luego, $MP = \frac{1}{2} MG$, y $AM = \frac{1}{2} MAG$; luego, el seno MP es mitad de la cuerda MG, perteneciente al arco MAG, doble del arco AM. En vista de dicho principio, se obtiene sen $30° = \frac{1}{2}$ cuerda $60°$; pero la cuerda de $60°$ es lado de un exágono regular inscrito y este lado es igual al radio: igual á 1; luego, sen $30° = \frac{1}{2}$. Ahora, haciendo uso del problema resuelto *(16)* se pueden hallar las demás líneas del arco de 30°.

$$\cos 30° = \sqrt{1 - \tfrac{1}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2};\ \operatorname{tg} 30° = \frac{1}{2} : \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3};$$

etc. De aquí este cuadro:

30°	
$\text{sen} = \frac{1}{2}$;	$\cot = \sqrt{3}$;
$\cos = \frac{\sqrt{3}}{2}$;	$\sec = \frac{2\sqrt{3}}{3}$;
$\operatorname{tg} = \frac{\sqrt{3}}{3}$;	$\text{cosec} = 2$.

22. Líneas del arco de 45°. — El seno es la mitad de la cuerda del arco doble, de 90°, ó sea la mitad del lado del cuadrado inscrito, que vale $R\sqrt{2}$, y para nosotros sólamente $\sqrt{2}$ *(12)*, luego el seno de 45° es igual á $\frac{\sqrt{2}}{2}$. Pero el coseno de un arco es igual al seno del complemento *(6)*; luego $\cos 45° = \text{sen } 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}$. Al fin, el siguiente cuadro:

45°	
$\text{sen} = \frac{\sqrt{2}}{2}$;	$\cot = 1$;
$\cos = \frac{\sqrt{2}}{2}$;	$\sec = \sqrt{2}$;
$\text{tg} = 1$;	$\text{cosec} = \sqrt{2}$.

23. Líneas del arco de 60°. — Se pueden obtener, ó bien valiéndose del cuadro del número *21*, ó bien directamente. Sen $60° = \cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$; $\cos 60° = \text{sen } 30° = 1/2$; $\text{tg } 60° = \cot 30° = \sqrt{3}$, etc. De otra manera, $\text{sen } 60° = 1/2$ cuerda $120° = 1/2$ lado del triángulo equilátero inscrito $= 1/2 R\sqrt{3} = 1/2 \sqrt{3}$; luego $\text{sen } 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$. Después se hace uso del problema *(16)*.

24. Problema. — *Hallar las líneas trigonométricas del arco de 120°*. — Se tiene:

$$\text{sen } 120° = \text{sen } 60° = \cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$\cos 120° = -\cos 60° = -\text{sen } 30° = -1/2.$$

$$\text{tg } 120° = -\text{tg } 60° = -\cot 30° = -\sqrt{3}.$$

$$\cot 120° = -\cot 60° = -\text{tg } 30° = -\frac{\sqrt{3}}{3}.$$

$$\sec 120^\circ = -\sec 60^\circ = -\operatorname{cosec} 30^\circ = -2.$$

$$\operatorname{cosec} 120^\circ = \operatorname{cosec} 60^\circ = \sec 30^\circ = \frac{2\sqrt{3}}{3}.$$

Ejercicios. — 1. Calcular las líneas trigonométricas de los arcos de 135° y de 150°.

2. Hallar las de los arcos de 225° y 330°.

3. Finalmente, de los arcos — 45° y — 120°.

4. ¿A qué lado de polígono regular es igual la tangente de 60°?

5. ¿Es más grande la tangente ó el coseno de un arco de 30°?

6. ¿A cuántos arcos menores de 180° pertenece un seno que vale $\frac{1}{2}$? ¿Y á cuáles un coseno igual á $\frac{1}{2}$? Especialícese el problema con cada línea trigonométrica.

7. Hallar el valor del arco a en cada una de estas hipótesis: $\operatorname{sen}^2 a + 2\cos a = 1$; $\operatorname{cosec} a - 4 \operatorname{sen} a = 0$; $\cos^2 a + 2 \operatorname{sen} a + 1 = 0$; $\operatorname{sen}^3 a + \cos^3 a = 0$.

8. El lado del decágono regular inscrito en un círculo de radio 1, vale $\frac{1}{2}(\sqrt{5} - 1)$: calcular las líneas trigonométricas del arco de 18°.

9. Dada $\operatorname{tg} a = -\frac{7}{8}$ (siendo $a > 90^\circ$ y $< 180^\circ$), calcular las demás líneas trigonométricas á menos error de 0.01.

10. Dado $\operatorname{sen} x = \frac{2m}{m^2 + 1}$, calcular las otras líneas trigonométricas.

11. Dada $\operatorname{tg} a = \frac{1}{2}\sqrt{3}$, calcular las otras líneas que faltan.

12. Suponiendo el radio igual á $\frac{1}{2}\sqrt{-3}$, hallar las líneas trigonométricas del arco de 45°, y después del de 30°.

13. $\operatorname{Sen}(a - b) = \frac{1}{2}$; $\cos(a + b) = -\frac{1}{2}$; encontrar a y b.

14. Calcular las líneas trigonométricas del arco a en cada uno de los siguientes supuestos: $\operatorname{sen} a \cos a = 0.30$; $2 \operatorname{sen} a + 3 \cos a = 1.15$; $\cos^2 a - \frac{2}{3} \operatorname{sen} a = 0$; $3 \operatorname{tg} a + 5 \cos a = 8.5$; $4 \sec a - 9 \cos a - 9 = 0$; $7 \operatorname{sen} a - 3 \operatorname{cosec} a + 2.5 = 0$.

15. Calcular las líneas trigonométricas de un arco, cuando se tenga: 1.°, $\operatorname{sen} = 0.75$; 2.°, $\cos = -\frac{3}{4}$; 3.°, $\operatorname{tg} = 2\frac{1}{5}$; 4.°, $\cot = -2\frac{4}{9}$; 5.°, $\sec = 1\frac{1}{3}$; 6.°, $\operatorname{cosec} = -3$.

16. Hallar x cuando se tenga:

$$\frac{1}{\operatorname{sen}^2 x} - \frac{1}{\cos^2 x} - \frac{1}{\operatorname{tg}^2 x} - \frac{1}{\cot^2 x} - \frac{1}{\sec^2 x} - \frac{1}{\operatorname{cosec}^2 x} = -3.$$

17. Verificar las siguientes igualdades: $\operatorname{sen}^2 a - \cos^2 b = \operatorname{sen}^2 b - \cos^2 a$; $\operatorname{tg} a + \cot a = \sec a \operatorname{cosec} a$; $\frac{\operatorname{tg} a + \operatorname{tg} b}{\cot a + \cot b} = \operatorname{tg} a \operatorname{tg} b$; $\frac{\operatorname{tg} a}{\operatorname{tg} a - \operatorname{tg} b} + \frac{\cot a}{\cot a - \cot b} = 1$; $\sec^2 a \operatorname{cosec}^2 a = \sec^2 a + \operatorname{cosec}^2 a$;

$$\frac{\text{cosec}\, a}{\sec a}+\frac{\sec a}{\text{cosec}\, a}=\sec a \,\text{cosec}\, a;$$

$$\cot a \pm \sqrt{1+\cot^2 a}=\frac{1}{-\cot a \pm \sqrt{\cot^2 a+1}}.$$

18. El numerador de un quebrado vale 1: escribir en el denominador una linea trigonométrica, de manera que el quebrado que resulte sea sucesivamente propio, impropio, aparente, positivo, negativo.

19. Dada $\text{tg}\, a = {}^1/_5$, expresar, gráficamente, los dos valores del arco a.

ARTÍCULO III

PRINCIPALES FÓRMULAS DE TRANSFORMACIÓN

25. PROBLEMA. — *Conociendo los senos y cosenos de dos arcos, hallar los senos y cosenos de su suma y diferencia.* — Supongamos (fig. 3) que $AM = a$ y $MB = b$ sean los dos arcos del problema. DATOS: $MP = \text{sen}\, a$, $OP = \cos a$, $BI = \text{sen}\, b$, $OI = \cos b$. INCÓGNITAS: $\text{sen}\,(a+b) = BC$, $\cos(a+b) = OC$, $\text{sen}\,(a-b) = EF$, $\cos(a-b) = OF$. La diferencia $a-b$ de los dos arcos se hizo prolongando el seno BI hasta su encuentro en E con la circunferencia. Después se traza IH paralela á OA é ID perpendicular; también se construye ES paralela á OA.

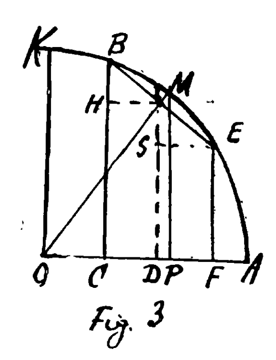


Fig. 3

Se tiene:

$$\text{sen}\,(a+b) = BC = HC + BH = ID + BH$$

(ambos términos finales, lados de triángulo).

$$\cos(a+b) = OC = OD - CD = OD - HI$$

(ambos términos, lados de triángulo).

(W) $$\text{sen}\,(a-b) = EF = SD = ID - IS = ID - BH$$

(términos iguales á los dos primeros).

$$\cos(a-b) = OF = OD + DF = OD + HI$$

(términos iguales á los dos segundos).

Se ha sustituído IS por BH y ES por HI, puesto que los triángulos ISE y BHI son iguales: tienen iguales la hipotenusa y un ángulo agudo.

Ahora, los triángulos OID y OMP son semejantes porque son equiángulos, y los BHI y también OMP son semejantes por tener sus lados perpendiculares; luego, podemos escribir:

$$\frac{ID}{MP}=\frac{OI}{OM}, \text{ ó } \frac{ID}{\text{sen}\, a}=\frac{\cos b}{1}\text{ [1]}, \text{ de donde } ID=\text{sen}\, a \cos b.$$

$$\frac{BH}{OP}=\frac{BI}{OM}; \frac{BH}{\cos a}=\frac{\text{sen}\, b}{1}, \text{ lo que da } BH=\cos a \,\text{sen}\, b.$$

$$\frac{OD}{OP}=\frac{OI}{OM}; \frac{OD}{\cos a}=\frac{\cos b}{1}, \text{ de donde } OD=\cos a \cos b.$$

$$\frac{HI}{MP}=\frac{BI}{OM}; \frac{HI}{\text{sen}\, a}=\frac{\text{sen}\, b}{1}, \text{ y de aquí } HI=\text{sen}\, a \,\text{sen}\, b.$$

Sustituyendo en el grupo (W) de igualdades estos valores de ID, BH, OD y HI, sacamos:

$$\text{sen}\,(a+b)=\text{sen}\, a \cos b+\cos a \,\text{sen}\, b. \quad (9)$$
$$\cos\,(a+b)=\cos a \cos b-\text{sen}\, a \,\text{sen}\, b. \quad (10)$$
$$\text{sen}\,(a-b)=\text{sen}\, a \cos b-\cos a \,\text{sen}\, b. \quad (11)$$
$$\cos\,(a-b)=\cos a \cos b+\text{sen}\, a \,\text{sen}\, b. \quad (12)$$

26. GENERALIDAD DE LAS FÓRMULAS HALLADAS. — El grupo de fórmulas que acabamos de obtener, fué encontrado en el supuesto de que $a+b$ valga menos de 90°; ahora vamos á deducirlas, aun cuando $a+b$ exceda á 90° Metodizando nuestra exposición, hagamos primero

$$a<90^\circ,\ b<90^\circ \text{ y } a+b>90^\circ.$$

(1) Debe tenerse delante el cuadro de los datos, puestos en columna vertical, y haber sólo observado en la figura que $OM=1$.

Si suponemos en seguida

$$a' = 90^o - a;$$
$$b' = 90^o - b,$$

resultará por suma, $a' + b' = 180^o - (a + b)$; pero $a + b > 90^o$, por el supuesto; luego $a' + b' < 90^o$; luego las fórmulas halladas en el número anterior son aplicables á los arcos a' y b'; luego tendremos:

$$\operatorname{sen}(a' + b') = \operatorname{sen} a' \cos b' + \cos a' \operatorname{sen} b';$$
$$\cos(a' + b') = \cos a' \cos b' - \operatorname{sen} a' \operatorname{sen} b'.$$

Pero siendo a' complemento de a, resulta $\operatorname{sen} a' = \cos a$ y $\cos a' = \operatorname{sen} a$; del mismo modo, $\operatorname{sen} b' = \cos b$ y $\cos b' = \operatorname{sen} b$. Por otra parte, por ser $a' + b'$ suplemento de $a + b$, se tiene $\operatorname{sen}(a' + b') = \operatorname{sen}(a + b)$ y $\cos(a' + b') = -\cos(a + b)$. De modo que

$$\operatorname{sen}(a + b) = \cos a \operatorname{sen} b + \operatorname{sen} a \cos b;$$
$$-\cos(a + b) = \operatorname{sen} a \operatorname{sen} b - \cos a \cos b,$$

que son las fórmulas (9) y (10), para la cual basta cambiar los signos en la segunda igualdad. Luego las fórmulas son ciertas en nuestra nueva hipótesis [1]. Vamos ahora á demostrar que también son ciertas aún cuando se agreguen 90° á los arcos a ó b, ó simultáneamente á a y b, y siempre en la hipótesis de ser $a < 90^o$, $b < 90^o$ y $a + b <$ ó $> 90^o$.

En efecto *(11)*

$$\operatorname{sen}(90^o + a) = \cos a;$$
$$\cos(90^o + a) = -\operatorname{sen} a.$$

(1) Debe el estudiante, por vía de ejercicio, considerar las otras dos fórmulas (11 y 12).

Y sustituyendo $a+b$ por a,

$$\operatorname{sen}(90^\circ+a+b)=\cos(a+b)=\cos a\cos b-\operatorname{sen} a\operatorname{sen} b;$$
$$\cos(90^\circ+a+b)=-\operatorname{sen}(a+b)=-\operatorname{sen} a\cos b-\cos a\operatorname{sen} b.$$

O bien

$$\operatorname{sen}[(90^\circ+a)+b]=\operatorname{sen}(90^\circ+a)\cos b+\cos(90^\circ+a)\operatorname{sen} b; \quad (M)$$
$$\cos[(90^\circ+a)+b]=\cos(90^\circ+a)\cos b-\operatorname{sen}(90^\circ+a)\operatorname{sen} b.$$

Por otra parte, $\operatorname{sen}(90^\circ-a)=\cos a$ y $\cos(90^\circ-a)=\operatorname{sen} a$; luego $\operatorname{sen}[90^\circ-(a+b)]=\cos(a+b)$ y $\cos[90^\circ-(a+b)]=\operatorname{sen}(a+b)$. Por lo tanto,

$$\operatorname{sen}[(90^\circ-a)-b]=\operatorname{sen}(90^\circ-a)\cos b-\cos(90^\circ-a)\operatorname{sen} b;$$
$$\cos[(90^\circ-a)-b]=\cos(90^\circ-a)\cos b+\operatorname{sen}(90^\circ-a)\operatorname{sen} b.$$

Y así quedan consideradas las cuatro fórmulas, donde se ve que pueden agregarse 90° indistintamente á a ó á b, y reducirse, si se quiere, las cuatro fórmulas á una sola.

Hagamos $90^\circ+a=a'$ y entonces el grupo (M) se transformará en

$$\operatorname{sen}(a'+b)=\operatorname{sen} a'\cos b+\cos a'\operatorname{sen} b;$$
$$\cos(a'+b)=\cos a'\cos b-\operatorname{sen} a'\operatorname{sen} b.$$

Poniendo $90^\circ+b$ por b, se saca:

$$\operatorname{sen}(a'+90^\circ+b)=\operatorname{sen} a'\cos(90^\circ+b)+\cos a'\operatorname{sen}(90^\circ+b);$$
$$\cos(a'+90^\circ+b)=\cos a'\cos(90^\circ+b)-\operatorname{sen} a'\operatorname{sen}(90^\circ+b).$$

Y volviendo á poner $90^\circ+a$ por su igual a', resulta:

$$\operatorname{sen}[(90^\circ+a)+(90^\circ+b)]$$
$$=\operatorname{sen}(90^\circ+a)\cos(90^\circ+b)+\cos(90^\circ+a)\operatorname{sen}(90^\circ+b);$$
$$\cos[(90^\circ+a)+(90^\circ+b)]$$
$$=\cos(90^\circ+a)\cos(90^\circ+b)-\operatorname{sen}(90^\circ+a)\operatorname{sen}(90^\circ+b).$$

Lo mismo se discurrirá de las fórmulas (11) y (12),

Fijarse bien que hemos demostrado hasta ahora que las fórmulas (9) y (10) son aplicables á arcos cuya suma $a+b$ sea mayor de 180° y aun mismo de 270°; si probamos en seguida que cualquiera de las cuatro fórmulas son aplicables al caso de ser a y b, ó cada uno por separado, negativos, habremos demostrado que ellas son generales. Obsérvese que para evidenciar esto último nos bastará simplemente suponer a y b negativos al mismo tiempo, puesto que dichas fórmulas no hacen más que transformarse unas en otras cuando se reemplazan en ellas los arcos positivos por los negativos.

Se tiene

$$\begin{aligned} \operatorname{sen}(-a-b) &= \operatorname{sen}[-(a+b)] = -\operatorname{sen}(a+b) \\ &= -\operatorname{sen} a \cos b - \cos a \operatorname{sen} b \\ &= \operatorname{sen}(-a)\cos(-b) - \cos(-a) \times -\operatorname{sen}(-b) \\ &= \operatorname{sen}(-a)\cos(-b) + \cos(-a)\operatorname{sen}(-b). \end{aligned}$$

Ya se habrá echado de ver que hemos hecho aplicación de aquello de ser $\operatorname{sen}(-a) = -\operatorname{sen} a$, $\cos(-a) = \cos a$, etc. *(8)*. Igual procedimiento se emplearía con las otras tres fórmulas.

EJERCICIOS. — 1. Hallar con alguna aproximación decimal, los senos y cosenos de los arcos 15°, 27° = (45° — 18°), 48°, 72°, 75° y 78°.

2. Encontrar del mismo modo los senos y cosenos de los arcos 105°, 225°, — 240° = (360° — 240°), 210°, 540°, 195°, — 300°.

3. Suponiendo $\operatorname{sen} a = {}^2/_3$ y $\cos a = -{}^2/_5$, calcular $\operatorname{sen}(a+b)$ y $\cos(a+b)$.

4. ¿A qué resultado se llega poniendo $b=a$ en las fórmulas (11) y (12)?

5. Verificar las siguientes igualdades: $\operatorname{sen}(a+b)\operatorname{sen}(a-b) = \operatorname{sen}^2 a - \operatorname{sen}^2 b$; $\cos(a+b)\cos(a-b) = \cos^2 a - \operatorname{sen}^2 b$.

6. Dado $\operatorname{sen} a = \frac{1}{\sqrt{3}}$ y $\operatorname{sen} b = \frac{1+\sqrt{6}}{2\sqrt{3}}$, hallar $\operatorname{sen}(a \pm b)$ y $\cos(a \pm b)$.

27. POBLEMA. — *Dadas las tangentes de dos arcos, hallar las tangentes de su suma y diferencia.*

DATOS: $\operatorname{tg} a$, $\operatorname{tg} b$. INCÓGNITAS: $\operatorname{tg}(a+b)$, $\operatorname{tg}(a-b)$.

Tenemos:

$$\operatorname{tg}(a+b)=\frac{\operatorname{sen}(a+b)}{\cos(a+b)}=\frac{\operatorname{sen} a\cos b+\cos a\operatorname{sen} b}{\cos a\cos b-\operatorname{sen} a\operatorname{sen} b}\cdot$$

Con el fin de introducir los datos, dividamos los dos términos de este último quebrado por $\cos a \cos b$; y teniendo presente que dichos términos son polinomios, se encontrará:

$$\operatorname{tg}(a+b)=\frac{\dfrac{\operatorname{sen} a\cos b}{\cos a\cos b}+\dfrac{\cos a\operatorname{sen} b}{\cos a\cos b}}{\dfrac{\cos a\cos b}{\cos a\cos b}-\dfrac{\operatorname{sen} a\operatorname{sen} b}{\cos a\cos b}};\ \text{pero}$$

$$\frac{\operatorname{sen} a\cos b}{\cos a\cos b}=\operatorname{tg} a;\quad \frac{\cos a\operatorname{sen} b}{\cos a\cos b}=\operatorname{tg} b;\quad \frac{\cos a\cos b}{\cos a\cos b}=1;$$

$$\frac{\operatorname{sen} a\operatorname{sen} b}{\cos a\cos b}=\frac{\operatorname{sen} a}{\cos b}\times\frac{\operatorname{sen} b}{\cos b}=\operatorname{tg} a\operatorname{tg} b;\ \text{luego}$$

$$\operatorname{tg}(a+b)=\frac{\operatorname{tg} a+\operatorname{tg} b}{1-\operatorname{tg} a\operatorname{tg} b}\cdot \qquad (13)$$

Del mismo modo

$$\operatorname{tg}(a-b)=\frac{\operatorname{tg} a-\operatorname{tg} b}{1+\operatorname{tg} a\operatorname{tg} b}\cdot \qquad (14)$$

EJERCICIOS. — 1. Calcular $\cot(a+b)$ en valores de $\cot a$ y $\cot b$.

2. Hallar las tangentes y cotangentes de los arcos 15°, 27°, 48°, 72°, 75°, 78°, 105°, 225°, 540° y — 300°.

3. Calcular $\operatorname{tg} a$, $\operatorname{tg} b$, a y b en el siguiente sistema de ecuaciones: $\operatorname{tg}(a+b)=2+\sqrt{3}$; $\operatorname{tg}(a-b)=2\sqrt{3}$.

4. Sabiendo que $\operatorname{tg} a=4.3$ y $\operatorname{tg} b=0.54$, calcular $\operatorname{tg}(a+b)$. Hallar lo mismo cuando los datos sean $\operatorname{tg} a=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$ y $\cot b=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$.

5. Cos $a = 0.7$ y sen $b = {}^3/_5$: calcular tg $(a + b)$ y cot $(a + b)$.

6. Hallar sen $(a + b)$ y cos $(a + b)$, dada tg $a = \frac{1}{\sqrt{3}}$ y tg $b = \frac{1}{\sqrt{15}}$. [Cálcúlese préviamente tg $(a + b)$].

7. Encontrar el valor de x en las siguientes ecuaciones trigonométricas: tg $(45^o + x) = 2 + \sqrt{3}$; tg $(45^o + x) = 3$ tg $(45^o - x)$; tg $(45^o - x) +$ cot $(45^o - x) = 4$.

8. Calcular las líneas trigonométricas del arco a en las siguientes ecuaciones: tg $(45^o - a) = -3$; 2 tg $a + 3$ tg $(45^o - a) = 10 - \sqrt{3}$.

9. Generalícense las fórmulas (13) y (14).

10. Hágase $b = a$ en la fórmula (14) y anúnciese el resultado antes de hallarlo.

28. Problema. — *Calcular las líneas y colíneas del arco doble, cuando se conozcan las del simple.* — Si en las fórmulas (9), (10) y (13) hacemos $b = a$, lo que es posible, puesto que á a y á b no se le dieron valores particulares cuando aquellas fueron halladas y, además, discutidas, se tendrá:

$$\text{sen}\,(a + a) = \text{sen}\,a \cos a + \cos a\,\text{sen}\,a;$$
$$\cos\,(a + a) = \cos a \cos a - \text{sen}\,a\,\text{sen}\,a;$$
$$\text{tg}\,(a + a) = \frac{\text{tg}\,a + \text{tg}\,a}{1 - \text{tg}\,a\,\text{tg}\,a};$$

y simplificando

$$\text{sen}\,2a = 2\,\text{sen}\,a \cos a. \qquad (15)$$
$$\cos 2a = \cos^2 a - \text{sen}^2 a. \qquad (16)$$
$$\text{tg}\,2a = \frac{2\,\text{tg}\,a}{1 - \text{tg}^2 a}. \qquad (17)$$

Ejercicios. — 1. Dedúzcanse los valores de cot $2a$; sec $2a$; cosec $2a$.

2. Hallar las líneas trigonométricas de los arcos 54°, 96°, 144°, 150°, 156°, 210°, 420° y -480°.

3. Dada tg $15^o = 2 - \sqrt{3}$, encontrar tg 30°. Después, siendo tg $a = 1.2$, calcular tg $2a$; y siendo cot $a = {}^3/_4$, hallar cot $2a$.

4. Conociendo tg $a = {}^1/_5$, calcular tg $2a$ por medio del seno y coseno de $2a$.

Observación. — Examinando atentamente las fórmulas últimas, se ve que el arco que aparece en el segundo miembro es mitad del que está en el primero; de manera que se puede decir:

$$\operatorname{sen} 8a = 2 \operatorname{sen} 4a \cos 4a;$$
$$\cos 8a = \cos^2 4a - \operatorname{sen}^2 4a;$$
$$\operatorname{tg} 8a = \frac{2 \operatorname{tg} 4a}{1 - \operatorname{tg}^2 4a}.$$

29. Problema. — *Calcular las líneas trigonométricas del arco simple, conociendo las del arco mitad.* — Poniendo en las fórmulas (15), (16) y (17) $^1/_2\, a$ en vez de a, ó bien teniendo presente la observación anterior, se tendrá:

$$\operatorname{sen} a = 2 \operatorname{sen} \frac{a}{2} \cos \frac{a}{2}. \qquad (18)$$

$$\cos a = \cos^2 \frac{a}{2} - \operatorname{sen}^2 \frac{a}{2}. \qquad (19)$$

$$\operatorname{tg} a = \frac{2 \operatorname{tg}^2 \frac{a}{2}}{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{a}{2}}. \qquad (20$$

30. Problema. — *Conociendo las líneas de un arco, calcular las del arco triple.* — Haciendo en las fórmulas (9) y (10) $b = 2a$, se obtiene:

$$\operatorname{sen} 3a = \operatorname{sen} a \cos 2a + \cos a \operatorname{sen} 2a;$$
$$\cos 3a = \cos a \cos 2a - \operatorname{sen} a \operatorname{sen} 2a.$$

Y sustituyendo las líneas del arco doble por las que conocemos *(28)*, se llega fácil y finalmente á

$$\operatorname{sen} 3a = 3 \operatorname{sen} a - 4 \operatorname{sen}^3 a.$$
$$\cos 3a = \cos^3 a - 3 \cos a \operatorname{sen}^2 a.$$

Observaciones. — I. Por medio de estas fórmulas se pueden hallar las líneas trigonométricas de los triples de los arcos considerados en muchos ejercicios: ejemplo, las del arco de $81^o = 3 \times 27^o$.

II. En el Apéndice estudiaremos algunas fórmulas que nos suministren un medio cómodo para hallar las líneas de los arcoo múltiplos.

31. Problema. — *Conociendo* $\cos a$, *calcular* $\text{sen}\, {}^1/_2\, a$ y $\cos {}^1/_2\, a$.

Se tiene (fórmula 19) $\cos a = \cos^2 \frac{a}{2} - \text{sen}^2 \frac{a}{2}$, ecuación que contiene dos incógnitas; pero aplicando la (1) al arco mitad, se consigue un sistema de dos ecuaciones con las dos incógnitas del problema.

$$\cos^2 \frac{a}{2} + \text{sen}^2 \frac{a}{2} = 1\,;$$

$$\cos^2 \frac{a}{2} - \text{sen}^2 \frac{a}{2} = \cos a\,.$$

Sumando y restando, sucesivamente, sacamos:

$$2 \cos^2 \frac{a}{2} = 1 + \cos a; \qquad (22)$$

$$2 \,\text{sen}^2 \frac{a}{2} = 2 - \cos a. \qquad (21)$$

De donde $\cos^2 \frac{a}{2} = \frac{1 + \cos a}{2}$; $\text{sen}^2 \frac{a}{2} = \frac{1 - \cos a}{2}$, y

$$\cos \frac{a}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos a}{2}}\,; \qquad (23)$$

$$\text{sen} \frac{a}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos a}{2}}\,. \qquad (24)$$

Ejercicios. — 1. Examínense los signos que preceden á estos dos radicales.

2. Multiplicando entre sí las fórmulas (23) y (24), ¿á qué resultado final se llega?

3. Hallar el seno y el coseno de 13° 30′ y de 4° 30′, y rápidamente los de 15° y 22° 30′.

4. Dado $\cos a = \frac{3}{4}$, hallar $\operatorname{sen}\frac{a}{2}$ y $\cos\frac{a}{2}$.

5. Conociendo $\cos a = 0.8$, calcular $\operatorname{sen}\frac{1}{2}a$, $\cos\frac{1}{2}a$ y $\operatorname{tg}\frac{1}{2}a$.

32. PROBLEMA.—*Conociendo* $\operatorname{sen} a$, *calcular* $\operatorname{sen}\frac{a}{2}$ y $\cos\frac{a}{2}$.

La fórmula (18) nos da una ecuación en donde se halla el dato y las dos incógnitas, y la fórmula (1) como la aplicamos en el problema del número anterior, nos da la otra ecuación

$$\operatorname{sen}^2\frac{a}{2} + \cos^2\frac{a}{2} = 1;$$

$$2\operatorname{sen}\frac{a}{2}\cos\frac{a}{2} = \operatorname{sen} a.$$

Sumando y restando, sucesivamente, se saca:

$$\left(\operatorname{sen}\frac{a}{2} + \cos\frac{a}{2}\right)^2 = 1 + \operatorname{sen} a;$$

$$\left(\operatorname{sen}\frac{a}{2} - \cos\frac{a}{2}\right)^2 = 1 - \operatorname{sen} a.$$

De donde

$$\operatorname{sen}\frac{a}{2} + \cos\frac{a}{2} = \pm\sqrt{1 + \operatorname{sen} a};$$

$$\operatorname{sen}\frac{a}{2} - \cos\frac{a}{2} = \pm\sqrt{1 - \operatorname{sen} a}.$$

Volviendo á sumar y á restar

$$\operatorname{sen}\frac{a}{2} = \pm\frac{1}{2}\sqrt{1 + \operatorname{sen} a} \pm \frac{1}{2}\sqrt{1 - \operatorname{sen} a};$$

$$\cos\frac{a}{2} = \pm\frac{1}{2}\sqrt{1 + \operatorname{sen} a} \mp \frac{1}{2}\sqrt{1 - \operatorname{sen} a}.$$

EJERCICIOS. — 1. Examínense los signos de estas fórmulas.

2. Dado sen $210^{o} = - {}^{1}/_{2}$, hallar el seno, el coseno y la tangente de 105°

3. Dado sen $a = {}^{3}/_{4}$, hallar sen ${}^{1}/_{2}\, a$, cos ${}^{1}/_{2}\, a$, tg ${}^{1}/_{2}\, a$.

33. PROBLEMA. — *Dada la tangente de un arco, calcular la del arco mitad.* — Es decir, que se trata de hallar $\operatorname{tg}\frac{a}{2}$ en función de $\operatorname{tg} a$.

La fórmula (20) es una ecuación que contiene justamente el dato y la incógnita. Hagamos en esta expresión $\operatorname{tg}\frac{a}{2} = x$ y $\operatorname{tg} a = b$, y entonces $b = \frac{2x}{1 - x^2}$. Resuelta esta ecuación de segundo grado en x, se llega á

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + b^2}}{b};$$

y poniendo en lugar de x, $\operatorname{tg}\frac{a}{2}$, y en lugar de b, $\operatorname{tg} a$, tendremos esta nueva fórmula:

$$\operatorname{tg}\frac{a}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 a}}{\operatorname{tg} a}. \qquad (25)$$

EJERCICIOS. — 1. Examínense los signos de este radical.

2. Conociendo $\operatorname{tg} a = 2 + \sqrt{3}$, calcular $\operatorname{tg}\frac{a}{2}$ y también $\operatorname{tg} 3a$.

3. Conociendo $\cot a = \sqrt{3}$, calcular $\cot\frac{a}{2}$ y también $\cot 3a$.

4. Calcular rápidamente tg 15° y tg $22^{o}\, 30'$.

5. Verificar la siguiente igualdad:

$$\frac{R^2 \cos\lambda\,[\cos\lambda \cot(45^{o} - {}^{1}/_{2}\,\lambda) - \operatorname{sen}\lambda]}{R\cos\lambda\cot(45^{o} - {}^{1}/_{2}\,\lambda)} = \frac{R\cos(45^{o} + {}^{1}/_{2}\,\lambda)}{\cos(45^{o} - {}^{1}/_{2}\,\lambda)}.$$

ARTÍCULO IV

MODIFICACIÓN DE ALGUNAS FÓRMULAS PARA EL CÁLCULO LOGARÍTMICO

34. PRELIMINARES.—No podemos aplicar *directamente* el cálculo logarítmico á una suma ni á una diferencia; pero si tanto una como otra fuera posible transformarla en un producto ó en un cociente, por ejemplo, en este caso la aplicación directa del logaritmo á la expresión transformada nos daría de inmediato el logaritmo de la suma ó de la diferencia. Por ejemplo, no podemos decir que el logaritmo de $18+6$ sea igual al logaritmo de 18 *más* el de 6, puesto que esta suma logarítmica nos daría el logaritmo de $18\times 6=108$, y no el de 24 como deseábamos; pero observando que $18+6=24=4\times 6$, veremos que el logaritmo de 4 *más* el de 6 nos da el de $(18+6)$; luego transformando la suma en un producto es posible obtener el logaritmo de dicha suma. Lo mismo se discurriría con una diferencia.

NOTA.—No hago mérito en esta obra de los *logaritmos de adición y sustracción de Gauss* [1], que rara vez se suelen utilizar.

35. PROBLEMAS. — *Hacer directamente calculables por logaritmos la suma y diferencia de dos senos.* Esto es, transformar $\operatorname{sen} p+\operatorname{sen} q$, por ejemplo, en un producto.

Hagamos

$$\operatorname{sen} p=\operatorname{sen}(a+b)=\operatorname{sen} a\cos b+\cos a\operatorname{sen} b\,;$$
$$\operatorname{sen} q=\operatorname{sen}(a-b)=\operatorname{sen} a\cos b-\cos a\ \mathrm{son}\ b\,.$$

Sumando y restando

$$\operatorname{sen} p+\operatorname{sen} q=2\operatorname{sen} a\cos b\,;$$
$$\operatorname{sen} p-\operatorname{sen} q=2\cos a\operatorname{sen} b\,.$$

(1) Así llamados, pero inventados á principios del siglo pasado por el italiano *Leonelli*, quien expuso su descubrimiento en un opúsculo que publicó en Burdeos bajo el título de *Supplément logarithmique*. Empero, las primeras tablas fueron publicadas por Gauss, y de aquí el nombre de tales logaritmos.

Pero siendo $p=a+b$, $q=a-b$, se obtiene por suma $2a=p+q$, $a={}^1/_2(p+q)$; por diferencia, $2b=p-q$, $b={}^1/_2(p-q)$; luego,

$$\operatorname{sen} p+\operatorname{sen} q=2 \operatorname{sen} {}^1/_2(p+q) \cos {}^1/_2(p-q). \quad (26)$$
$$\operatorname{sen} p-\operatorname{sen} q=2 \cos {}^1/_2(p+q) \operatorname{sen} {}^1/_2(p-q). \quad (27)$$

EJERCICIOS. — 1. Hacer calculables por logaritmos sen 105° + sen 30°.

2. El mismo ejercicio anterior para el caso de ser sen 38° 45′ 34″ + sen 73° 29′ 48″.

3. Ídem si se tiene sen 75° — sen 210°.

4. Ídem cuando sea sen 300° + sen 105°.

36. UNA FÓRMULA DE IMPORTANCIA.—Dividiendo la fórmula (26) por la (27), se saca:

$$\frac{\operatorname{sen} p+\operatorname{sen} q}{\operatorname{sen} p-\operatorname{sen} q}=\operatorname{tg} {}^1/_2(p+q) \cot {}^1/_2(p-q);$$

pero, $\cot {}^1/_2(p-q)=\dfrac{1}{\operatorname{tg} {}^1/_2(p-q)}$ (fórmula 8); y como

$$\operatorname{tg} {}^1/_2(p+q) \times \frac{1}{\operatorname{tg} {}^1/_2(p-q)}=\frac{\operatorname{tg} {}^1/_2(p+q)}{\operatorname{tg} {}^1/_2(p-q)}, \text{ resulta}$$

$$\frac{\operatorname{sen} p+\operatorname{sen} q}{\operatorname{sen} p-\operatorname{sen} q}=\frac{\operatorname{tg} {}^1/_2(p+q)}{\operatorname{tg} {}^1/_2(p-q)}. \quad (28)$$

Tal es la fórmula que buscábamos y cuyo enunciado puede hacerse así: *la suma de los senos de dos arcos partida por su diferencia, es igual á la tangente de la semisuma de los arcos partida por la tangente de la semidiferencia.*

37. PROBLEMA. — *Hacer calculable directamente por logaritmos la suma y diferencia de dos cosenos.* — Hagamos

$$\cos p=\cos(a+b)=\cos a \cos b-\operatorname{sen} a \operatorname{sen} b;$$
$$\cos q=\cos(a-b)=\cos a \cos b+\operatorname{sen} a \operatorname{sen} b.$$

Sumando y restando [1]

$$\cos p + \cos q = 2 \cos a \cos b;$$
$$\cos q - \cos p = 2 \operatorname{sen} a \operatorname{sen} b.$$

Y del mismo modo que en el problema resuelto (*35*), se tiene $a = {}^1/_2 (p+q)$, $b = {}^1/_2 (p-q)$; luego

$$\cos p + \cos q = 2 \cos {}^1/_2 (p+q) \cos {}^1/_2 (p-q). \quad (29)$$
$$\cos q - \cos p = 2 \operatorname{sen} {}^1/_2 (p+q) \operatorname{sen} {}^1/_2 (p-q). \quad (30)$$

38. PROBLEMA. — *Hacer viable para el cálculo logarítmico la suma y diferencia de dos tangentes.* — Englobaremos ambas expresiones, la suma y la diferencia. Se tiene sucesivamente:

$$\operatorname{tg} a \pm \operatorname{tg} b = \frac{\operatorname{sen} a}{\cos a} \pm \frac{\operatorname{sen} b}{\cos b}$$

$$= \frac{\operatorname{sen} a \cos b \pm \cos a \operatorname{sen} b}{\cos a \cos b} = \frac{\operatorname{sen}(a \pm b)}{\cos a \cos b}.$$

Y entonces,

$$\text{Log.} (\operatorname{tg} a \pm \operatorname{tg} b) = \text{Log.} \operatorname{sen} (a \pm b) - \text{Log.} \cos a - \text{Log.} \cos b$$
$$= \text{Log.} \operatorname{sen} (a \pm b) + C_0 \log. \cos a + C_0 \log. \cos b.$$

39. PROBLEMA. — *Hacer calculables por logaritmos algunas expresiones complejas.*

1. **sen** a + **cos** b. Se tiene, $\operatorname{sen} a + \cos b = \operatorname{sen} a + \operatorname{sen} (90° - b)$
$= 2 \operatorname{sen} {}^1/_2 (90° + a - b) \cos {}^1/_2 (a + b - 90°)$.

2. **cos** a — **sen** b. Se puede escribir $\cos a - \operatorname{sen} b = \operatorname{sen} (90° - a) - \cos b$, ó bien $\cos a - \operatorname{sen} b = \cos a - \cos (90° - b)$.

Esto último da

$$\cos a - \operatorname{sen} b = 2 \operatorname{sen} {}^1/_2 (90° + a - b) \operatorname{sen} {}^1/_2 [90° - (a + b)].$$

3. **tg** a + **cot** b. Hacemos $\cot b = \operatorname{tg} (90° - b)$, y el problema está resuelto (**38**).

(1) Al hacer la resta tomo como sustraendo la igualdad de arriba.

4. sen $a+$ tg a. Esta expresión equivale á $\operatorname{sen} a+\frac{\operatorname{sen} a}{\cos a}$ $=\frac{\operatorname{sen} a(1+\cos a)}{\cos a}=\frac{2 \operatorname{sen} a \cos^2 {}^1/_2\, a}{\cos a}$.

5. sec $a\pm$ cosec a. Tenemos $\sec a \pm \operatorname{cosec} a=\frac{1}{\cos a}\pm\frac{1}{\operatorname{sen} a}$ $=\frac{\operatorname{sen} a\pm\cos a}{\operatorname{sen} a \cos a}$, etc. (Hay que separar ahora valores para poder seguir la transformación).

6. m + n. Podemos escribir $m+n=m\left(1+\frac{n}{m}\right)$. Como n y m pueden tener todos los valores que se quiera, no debemos representar el quebrado $\frac{n}{m}$ ni por un seno ni por un coseno, puesto que estas líneas son únicamente quebrados propios, ni tampoco por una secante ni ni por una cosecante, cuyos valores no bajan de 1; pero si por una tangente ó una cotangente, que tienen magnitudes oscilantes entre $-\infty$ y $+\infty$ pasando por cero. Las secantes y cosecantes también varian entre $-\infty$ y $+\infty$, pero no pasan por cero. En definitiva, hagamos $\frac{n}{m}=\operatorname{tg}^2\varphi$, de donde $\operatorname{tg}\varphi=\sqrt{\frac{n}{m}}$, y $\text{Log. tg}\,\varphi=\frac{\text{Log.}\, n+\text{Log.}\, m}{2}$. Entonces,

$$m+n=m(1+\operatorname{tg}^2\varphi)=m\sec^2\varphi=\frac{m}{\cos^2\varphi},\ \text{y}$$

$$\text{Log.}\,(m+n)=\text{Log.}\, m-2\ \text{log.}\cos\varphi\,.$$

7. m — n, en que $m>n$. Hay que hacer este supuesto por aquello de que las cantidades negativas no tienen logaritmos. Del mismo modo que antes

$$m-n=m\left(1-\frac{n}{m}\right),\ \text{y por ser } n<m, \text{ haremos } \frac{n}{m}=\cos^2\varrho\ ;\ \text{y}$$

entonces $$m-n=m(1-\cos^2\varrho)=m\operatorname{sen}^2\varrho.$$

8. sen $a+$ sen $b+$ sen c, en que $a+b+c=180°$. Se tiene:

$$\begin{aligned}\operatorname{sen} a+\operatorname{sen} b+\operatorname{sen} c &= \operatorname{sen} a+\operatorname{sen} b+\operatorname{sen}(a+b)\\ &=2\operatorname{sen} {}^1/_2\,(a+b)\cos {}^1/_2\,(a-b)+2\operatorname{sen} {}^1/_2\,(a+b)\\ &\qquad\cos {}^1/_2\,(a+b)\\ &=2\operatorname{sen} {}^1/_2\,(a+b)\,[\cos {}^1/_2\,(a-b)+\cos {}^1/_2\,(a+b)]\\ &=2\operatorname{sen} {}^1/_2\,(a+b)\times 2\cos {}^1/_2\, a\cos {}^1/_2\, b\,;\end{aligned}$$

pero siendo $a+b+c=180°$, resulta $\frac{1}{2}(a+b)=90°-\frac{c}{2}$; y por consiguiente $\text{sen}\ \frac{1}{2}(a+b)=\cos\ \frac{1}{2}c$; luego $\text{sen}\ a+\text{sen}\ b+\text{sen}\ c$ $=4\cos\ \frac{1}{2}a\cos\ \frac{1}{2}b\cos\ \frac{1}{2}c$.

9. $m\ \text{sen}\ a \pm n \cos a$. Puede obtenerse $m\ \text{sen}\ a \pm n\cos a = m\left(\text{sen}\ a \pm \frac{n}{m}\cos a\right)$.

Haciendo $\frac{n}{m}=\text{tg}\ \gamma=\frac{\text{sen}\ \gamma}{\cos\gamma}$, se saca, $m\ \text{sen}\ a \pm n\cos a$

$$=m\left(\text{sen}\ a\pm\frac{\text{sen}\ \gamma\cos a}{\cos\gamma}\right)=m\left(\frac{\text{sen}\ a\cos\gamma\pm\cos a\ \text{sen}\ \gamma}{\cos\gamma}\right)$$

$$=\frac{m\ \text{sen}\ (a\pm\gamma)}{\cos\gamma}.$$

10. $\cos a=\cos b\cos c+\text{sen}\ b\ \text{sen}\ c\cos A$: Hallar a por logaritmos.

$$\cos a=\cos b\cos c+\text{sen}\ b\ \text{sen}\ c\cos A$$
$$=\cos b\,(\cos c+\text{tg}\ b\ \text{sen}\ c\cos A).$$

Hagamos $\text{tg}\ b\cos A=\text{tg}\ \varphi$, que da $\log.\ \text{tg}\ \varphi=\log.\ \text{tg}\ b+\log.\ \cos A$, y de consiguiente φ. Después

$$\cos a=\cos b\,(\cos c+\text{tg}\ \varphi\ \text{sen}\ c)$$

$$=\cos b\left(\cos c+\frac{\text{sen}\ c\ \text{sen}\ \varphi}{\cos\varphi)}\right)$$

$$=\cos b\left(\frac{\cos c\cos\varphi+\text{sen}\ c\ \text{sen}\ \varphi}{\cos\varphi}\right);$$

$$\cos a=\frac{\cos b\cos(c-\varphi)}{\cos\varphi},\ \text{y}$$

$$\text{Log.}\cos a=\text{Log.}\cos b+\log.\cos(c-\varphi)-\log.\cos\varphi.$$

11. $\cot a\ \text{sen}\ c=\cos c\cos B+\text{sen}\ B\cot A$: Hallar a por logaritmos. — Se deduce:

$$\cot a \operatorname{sen} c = \cos c\left(\cos B + \frac{\operatorname{sen} B}{\cos c}\cot A\right).$$

Haciendo $\frac{\cot A}{\cos c} = \operatorname{tg}\gamma$, se tiene:

$$\cot a \operatorname{sen} c = \cos c\left(\cos B + \frac{\operatorname{sen} B \operatorname{sen}\gamma}{\cos\gamma}\right)$$

$$= \cos c\left(\frac{\cos B\cos\gamma + \operatorname{sen} B \operatorname{sen}\gamma}{\cos\gamma}\right); \text{ y}$$

$$\cot a = \frac{\cot c \cos(B-\gamma)}{\cos\gamma};$$

expresión viable para el cálculo directo de los logaritmos.

12. $\operatorname{tg} x = \frac{ab+cd}{ac-bd}$: Hallar x por logaritmos.—Dividiendo ambos términos por ac, se obtiene:

$$\operatorname{tg} x = \frac{\frac{b}{c}+\frac{d}{a}}{1-\frac{b}{c}\times\frac{d}{a}}.$$

Haciendo en seguida $\frac{b}{c} = \operatorname{tg}\varphi$ y $\frac{d}{a} = \operatorname{tg}\varrho$, pudiéndose calcular φ y ϱ por logaritmos, se tendrá:

$$\operatorname{tg} x = \frac{\operatorname{tg}\varphi + \operatorname{tg}\varrho}{1-\operatorname{tg}\varphi\operatorname{tg}\varrho} = \operatorname{tg}(\varphi+\varrho).$$

El problema está resuelto, puesto que $\varphi + \varrho$ son conocidos y ser $x = \varphi + \varrho$.

13. *Hacer calculable por logaritmos la suma de los cosenos de* n *arcos que se hallan en progresión aritmética.*

Sean a, $a+h$, $a+2h$...... $a+(n-1)h$, dichos arcos. Por lo que hemos visto en el número *35* (fórmula 27), y después de representar por t un número entero cualquiera, se tendrá:

$$\operatorname{sen}\left(a+\frac{2t+1}{2}h\right) - \operatorname{sen}\left(a+\frac{2t-1}{2}h\right) = 2\operatorname{sen}\frac{h}{2}\cos(a+th).$$

Si damos á t valores sucesivamente iguales á 0, 1, 2, 3..., $(n-1)$, obtendremos (se invierte la igualdad última):

$$2 \operatorname{sen} \frac{h}{2} \cos a = \operatorname{sen}\left(a + \frac{h}{2}\right) - \operatorname{sen}\left(a - \frac{h}{2}\right);$$

$$2 \operatorname{sen} \frac{h}{2} \cos(a+h) = \operatorname{sen}\left(a + \frac{3h}{2}\right) - \operatorname{sen}\left(a + \frac{h}{2}\right);$$

$$2 \operatorname{sen} \frac{h}{2} \cos(a+2h) = \operatorname{sen}\left(a + \frac{5h}{2}\right) - \operatorname{sen}\left(a + \frac{3h}{2}\right);$$

. . . .

$$2 \operatorname{sen} \frac{h}{2} \cos[a+(n-1)h)] = \operatorname{sen}\left(a + \frac{2n-1}{2} h\right) - \operatorname{sen}\left(a + \frac{2n-3}{2} h\right).$$

Sumando estas igualdades miembro á miembro, factoreando la primer suma y reduciendo la segunda, puesto que el primer minuendo es igual al segundo sustraendo del renglón inmediato de abajo, se tendrá:

$$2 \operatorname{sen} \frac{h}{2} [\cos a + \cos(a+h) + \cos(a+2h) + \dots$$

$$+ \cos[a+(n-1)h)] = \operatorname{sen}\left(a + \frac{2n-1}{2} h\right) - \operatorname{sen}\left(a - \frac{h}{2}\right).$$

De aquí deducimos:

$$\cos a + \cos(a+h) + \cos(a+2h) + \dots$$

$$+ \cos[a+(n-1)h] = \frac{\operatorname{sen}\left(a + \frac{2n-1}{2} h\right) - \operatorname{sen}\left(a - \frac{h}{2}\right)}{2 \operatorname{sen} \frac{h}{2}}.$$

Pero el numerador del segundo miembro es susceptible de ser transformado en producto (*35*); luego, suprimiendo el factor 2 en el numerador y denominador, se tendrá lo que se buscaba,

$$\cos a + \cos(a+h) + \cos(a+2h) + \dots$$

$$+ \cos[(a+(n-1)h] = \frac{\operatorname{sen} \frac{nh}{2} \cos\left(a + \frac{n-1}{2} h\right)}{\operatorname{sen} \frac{h}{2}}.$$

APLICACIÓN. — Sea $a = 24^\circ$, $h = 10^\circ$, $n = 5$. De aqui

$$\cos 24^\circ + \cos 34^\circ + \cos 44^\circ + \cos 54^\circ + \cos 64^\circ = \frac{\operatorname{sen} 25^\circ \cos 44^\circ}{\operatorname{sen} 5^\circ}.$$

COROLARIO. — Si en la fórmula acabada de encontrar se sustituye $90^\circ - a$ por a y $-h$ por h, se hallará:

$$\cos(90^\circ - a) + \cos[90^\circ - (a + h)] + \cos[90^\circ - (a + 2h)] + \ldots.$$

$$+ \cos\left[90^\circ - \left(a + \frac{2n-1}{1}\right)h\right] = \frac{-\operatorname{sen}\frac{nh}{2}\cos\left[90^\circ - \left(a + \frac{n-1}{2}h\right)\right]}{-\operatorname{sen}\frac{h}{2}}.$$

O bien

$$\operatorname{sen} a + \operatorname{sen}(a + h) + \operatorname{sen}(a + 2h) + \ldots.$$

$$+ \operatorname{sen}[a + (n-1)h] = \frac{\operatorname{sen}\frac{nh}{2}\operatorname{sen}\left(a + \frac{n-1}{2}h\right)}{\operatorname{sen}\frac{h}{2}}.$$

Y queda asi transformada en una expresión viable para el cálculo logarítmico la suma de los senos de varios arcos que crecen en progresión aritmética.

Ejercicios generales de recapitulación

1. Modificar las fórmulas numeradas hasta el (10) inclusive, en el supuesto de que el radio no sea igual á la unidad, pero si: 1.° igual á R, 2.° á $1 - \sqrt{5}$, 3.° á $\sqrt{2 + \sqrt{3}}$.

2. Considerando la hipotenusa de un triángulo rectángulo igual al radio, ¿de qué otra manera podriamos definir el seno y el coseno de un ángulo haciendo entrar los catetos en la definición? ¿Y cómo la tangente y la secante si consideramos un cateto igual al radio?

3. Encontrar el máximo del producto $\operatorname{sen} x \cos x$. (¿Para qué valor de x?).

4. Combinar de dos en dos, por división, las fórmulas (26), (27), (29) y (30), y reducir cada cociente á su más simple expresión,

como se hizo en el número (*36*). (Se deberán hacer seis divisiones. Formar un cuadro con las seis fórmulas obtenidas).

5. ¿Cualquier línea trigonométrica determina realmente un arco, ó mejor. el ángulo que él mide?

6. Hágase ver por medio de una figura que cualquier línea trigonométrica de un arco doble no es en ningún caso el doble de la línea del arco simple. Ejemplo: $\operatorname{sen} 2a$ no es el doble del seno de a. Además de la prueba gráfica, adúzcanse otras razones.

7. Hallar el máximo valor de $\cos^4 x - \operatorname{sen}^4 x$.

8. Simplificar la expresión $\dfrac{(1-a^2)\operatorname{sen} 2x - 2a\cos 2x}{\operatorname{sen} x - a\cos x}$.

9. Hallar el mínimo valor de $a^2 \operatorname{tg}^2 x + b^2 \cot^2 x$, en donde a y b son constantes.

IGUALDADES PARA VERIFICAR

10. $\dfrac{1-\operatorname{sen}^2 a}{\operatorname{sen} a \cos a} = \cot a.$

11. $\operatorname{tg}\dfrac{a}{2} = \dfrac{1-\cos a}{\operatorname{sen} a}.$

12. $\dfrac{1-\cos a}{\cos a} = \operatorname{tg} a \operatorname{tg} {}^1/_2\, a.$

13. $\operatorname{tg}\dfrac{a}{2} = \dfrac{\operatorname{sen} a}{1+\cos a}.$

14. $\dfrac{\cos a + \operatorname{sen} a}{\cos a - \operatorname{sen} a} = \operatorname{tg} 2a + \sec 2a.$

15. $\operatorname{tg}^2 a - \operatorname{tg}^2 b = \dfrac{4\operatorname{sen}(a+b)\operatorname{sen}(a-b)}{[\cos(a+b)+\cos(a-b)]^2}$

16. $\operatorname{tg} {}^1/_2\, a = \operatorname{cosec} a - \cot a.$

17. $\operatorname{tg} a = \dfrac{2}{\cot {}^1/_2\, a - \operatorname{tg} {}^1/_2\, a}.$

18. $2\operatorname{tg}\dfrac{a}{2} = \operatorname{sen} a\left(1+\operatorname{tg}^2\dfrac{a}{2}\right).$

19. $\operatorname{cosec}\dfrac{a}{2} = \dfrac{\operatorname{cosec}\dfrac{a}{2} - 2\operatorname{sen}\dfrac{a}{2}}{\cos a}.$

20. $\operatorname{tg} 2a + \cos a \operatorname{cosec} a = \cot a \sec 2a.$

21. $\dfrac{\operatorname{sen} 2a}{1+\cos 2a} \times \dfrac{\cos a}{1+\cos a} = \operatorname{tg} {}^1/_2\, a.$

22. $\cot a = \operatorname{cosec} 2a + \cot 2a.$

23. $\cot^2 a - \operatorname{tg}^2 a = \dfrac{4\cos 2a}{\operatorname{sen}^2 2a}.$

24. $\cot \tfrac{1}{2} b - \operatorname{tg} \tfrac{1}{2} b = 2 \cot b$.

25. $\operatorname{sen} a = \operatorname{sen}(36^\circ + a) + \operatorname{sen}(72^\circ - a) - \operatorname{sen}(36^\circ - a) - \operatorname{sen}(72^\circ + a)$.

26. $\operatorname{tg} a = \dfrac{\operatorname{tg}\frac{a}{2}}{1 - \operatorname{tg}\frac{a}{2}} + \dfrac{\operatorname{tg}\frac{a}{2}}{1 + \operatorname{tg}\frac{a}{2}}$.

27. $\dfrac{\cot^2\frac{a}{2} - 1}{\cot^2\frac{a}{2} + 1} = \cos a$.

28. $1 + \cot^2\frac{a}{2} = \dfrac{2\cot\frac{a}{2}}{\operatorname{sen} a}$.

29. $\dfrac{\cot\frac{a}{2} - \operatorname{tg}\frac{a}{2}}{\cot\frac{a}{2} + \operatorname{tg}\frac{a}{2}} = \cos a$.

30. $\dfrac{\operatorname{sen} a + 2\operatorname{sen} 3a + \operatorname{sen} 5a}{\operatorname{sen} 3a + 2\operatorname{sen} 5a + \operatorname{sen} 7a} = \dfrac{\operatorname{sen} 3a}{\operatorname{sen} 5a}$.

31. $\dfrac{\operatorname{cosec} a}{\sec a} + \dfrac{\sec a}{\operatorname{cosec} a} = \sec a \operatorname{cosec} a$.

32. $\dfrac{\operatorname{sen} 5a - \operatorname{sen} 3a}{\cos 3a - \cos 5a} = \cot 4a$.

33. $\cos a + \cos\left(a + \frac{360^\circ}{5}\right) + \cos\left(a + 2.\frac{360^\circ}{5}\right) + \cos\left(a + 3.\frac{360^\circ}{5}\right) + \cos\left(a + 4.\frac{360^\circ}{5}\right) = 0$.

34. $\operatorname{sen} 20^\circ \operatorname{sen} 40^\circ \operatorname{sen} 60^\circ \operatorname{sen} 80^\circ = \dfrac{3}{16}$.

35. $\operatorname{sen} a + \operatorname{sen}(a + 72^\circ) + \operatorname{sen}(a + 144^\circ) + \operatorname{sen}(a + 216^\circ) + \operatorname{sen}(a + 288^\circ) = 0$.

Igualdades á verificarse siendo $a + b + c = 180^\circ$

36. $\operatorname{sen} 2a + \operatorname{sen} 2b + \operatorname{sen} 2c = 4 \operatorname{sen} a \operatorname{sen} b \operatorname{sen} c$.

37. $\cos^2 a + \cos^2 b + \cos^2 c + 2\cos a \cos b \cos c = 1$.

38. $\operatorname{sen}^2\frac{a}{2} + \operatorname{sen}^2\frac{b}{2} + \operatorname{sen}^2\frac{c}{2} + 2\operatorname{sen}\frac{a}{2}\operatorname{sen}\frac{b}{2}\operatorname{sen}\frac{c}{2} = 1$.

39. $\cos a + \cos b + \cos c - 4\operatorname{sen}\frac{a}{2}\operatorname{sen}\frac{b}{2}\operatorname{sen}\frac{c}{2} = 1$.

39 bis. $\operatorname{sen}(a + b)\cos c + \cos a \cos b \operatorname{sen} c = \operatorname{sen} a \operatorname{sen} b \operatorname{sen} c$.

40. $\operatorname{tg} a + \operatorname{tg} b + \operatorname{tg} c = \operatorname{tg} a \operatorname{tg} b \operatorname{tg} c$.
41. $\cot a \cot b + \cot a \cot c + \cot b \cot c = 1$.

Igualdades á verificarse siendo $a + b + c = 90°$

42. $\cot a + \cot b + \cot c = \cot a \cot b \cot c$.
43. $\operatorname{tg} a \operatorname{tg} b + \operatorname{tg} a \operatorname{tg} c + \operatorname{tg} b \operatorname{tg} c = 1$.
44. $\operatorname{sen}^2 a + \operatorname{sen}^2 b + \operatorname{sen}^2 c + 2 \operatorname{sen} a \operatorname{sen} b \operatorname{sen} c = 1$.
45. $\operatorname{sen} 2a + \operatorname{sen} 2b + \operatorname{sen} 2c = 4 \cos a \cos b \cos c$.
46. Elegir las igualdades logaritmicas de los ejercicios insertos.

EXPRESIONES PARA HACER CALCULABLES POR LOGARITMOS

47. $1 + \cos a$.
48. $1 - \cos a$. Complementando, hágase igual con $1 - \cos^2 a$.
49. $\sqrt{\dfrac{1-\cos a}{1+\cos a}}$.
50. $1 + \operatorname{sen} a$.
51. $1 - \operatorname{sen} a$. Hágase lo mismo con $1 - \operatorname{sen}^2 a$.
52. $\sqrt{\dfrac{1-\operatorname{sen} a}{1+\operatorname{sen} a}}$.
53. $1 + \operatorname{tg} a$.
54. $1 - \operatorname{tg} a$. Hágase igual con $1 - \operatorname{tg}^2 a$.
55. $\dfrac{1+\operatorname{tg} a}{1-\operatorname{tg} a}$.
56. $\operatorname{tg} a - \operatorname{sen} a$.
57. $\cot a - \operatorname{tg} b$. ¿Se podría aplicar logaritmos si fuera $\operatorname{tg} b - \cot a$, admitiendo $\cot a - \operatorname{tg} b$, positivo?
58. $\operatorname{cosec} a \pm \cot a$.
59. $\sec a \pm 2 \operatorname{sen} a$.
60. $1 + \operatorname{sen} a + \cos a$.
61. $1 + \operatorname{sen} a - \cos a$.
62. $\operatorname{sen} a + \operatorname{sen} b - \operatorname{sen} c$ (cuando $a + b + c = 180°$).
63. $\operatorname{sen}^2(a+b) - \operatorname{sen}^2 a$.
64. $\dfrac{\operatorname{sen} 54° + \operatorname{sen} 31°}{\cos 31° - \cos 54°}$, y $\dfrac{\operatorname{sen} 54° + \operatorname{sen} 31°}{\cos 54° - \cos 31°}$.
65. Hallar x en la expresión $\operatorname{sen} x = \dfrac{\sqrt{a^2+ab} - \sqrt{a^2-ab}}{a}$, en donde $b < a$. Calcular x cuando a es infinito.
66. $\operatorname{tg} x = \dfrac{a \operatorname{sen} A}{1 + \cos A}$.
67. $x = a^2 \left(\dfrac{b^2}{\operatorname{sen}^2 b} - \cot b\right)$.
68. $x = \dfrac{a - b \operatorname{sen} A}{(a+b) \cos A}$. Digase el grado de esta fracción.

ECUACIONES TRIGONOMÉTRICAS (1)

(Se debe calcular x)

69. $\cos x - \operatorname{sen} x = 2\sqrt{2} \operatorname{sen} x \cos x$.
70. $\operatorname{sen}(x+a) + \cos(x+a) = \operatorname{sen}(x-a) - \cos(x-a)$.
71. $\operatorname{tg}(45^\circ + x) = 2 + \sqrt{3}$
72. $\operatorname{tg}(45^\circ + x) = 3 \operatorname{tg}(45^\circ - x)$.
73. $\operatorname{sen} x + \cos x = \frac{1}{\sqrt{2}}$.
74. $\operatorname{tg} 2x = 3 \operatorname{tg} x$.
75. $\operatorname{sen} 2x = \cos x$.
76. $\cos 4x + \cos 2x + \cos x = 0$.
77. $\operatorname{tg}^2 x + \cot^2 x = 2$.
78. $\operatorname{sen} 4x + \operatorname{sen} x = 0$.
79. $\operatorname{cosec} x = \operatorname{cosec} \frac{x}{2}$.
80. $\operatorname{sen} 3x = 8 \operatorname{sen}^3 x$.
81. $\operatorname{sen} x \sqrt{3} + \cos x = \sqrt{3}$.
82. $\cos x - \cos 2x = \operatorname{sen} 3x$.
83. $\cot x - \operatorname{tg} x = \cos x + \operatorname{sen} x$.

---

(1) Como un ejemplo de resolución de estas ecuaciones, resolvamos una de ellas $\operatorname{sen} 3x = 8 \operatorname{sen}^3 x$. Se sabe que $\operatorname{sen} 3x = 3 \operatorname{sen} x - 4 \operatorname{sen}^3 x$; luego $3 \operatorname{sen} x - 4 \operatorname{sen}^3 x = 8 \operatorname{sen}^3 x$; ó bien $3 \operatorname{sen} x = 12 \operatorname{sen}^3 x$. Por lo pronto esta ecuación queda satisfecha con la raíz $\operatorname{sen} x = 0$, lo que da $x = 0$, y ya tenemos un valor de x. Además, $\operatorname{sen}^2 x = 1/4$, y $\operatorname{sen} x = \pm 1/2$; luego $x = 30^\circ$ é igual á 150°, y también $x = 210^\circ$ é igual á 330° y también á -30° y otros arcos negativos. La expresión general de los arcos que representa x se obtendrá á su tiempo. Resolvamos todavía, para mayor claridad, otra ecuación: $\operatorname{sen} a + \operatorname{sen}(x-a) + \operatorname{sen}(2x+a) = \operatorname{sen}(x+a) + \operatorname{sen}(2x-a)$. De esta ecuación deducimos:

$$\operatorname{sen} a = \operatorname{sen}(x+a) - \operatorname{sen}(x-a) + \operatorname{sen}(2x-a) - \operatorname{sen}(2x+a)$$

Desarrollando estos cuatro senos y simplificando, tendremos: $\operatorname{sen} a = 2 \operatorname{sen} a \cos x - 2 \operatorname{sen} a \cos 2x$. Dividiendo por $\operatorname{sen} a$, $1 = 2\cos x - 2\cos 2x$; y siendo $\cos 2x = \cos^2 x - \operatorname{sen}^2 x = \cos^2 x - 1 + \cos^2 x = 2\cos^2 x - 1$, resulta $1 = 2\cos x - 2(2\cos^2 x - 1)$, y por último $4\cos^2 x - 2\cos x - 1 = 0$: ecuación de segundo grado con respecto á $\cos x$. Resuelta da $\cos x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{4}$, y $x = 36^\circ$, con todos los demás valores cuya relación para otros arcos se hizo en la ecuación anterior.

84. $\frac{\cot x}{\cos 2x} - \frac{\operatorname{cosec} x}{\sec x} = 1.$

85. $\operatorname{cosec}^4 x - \sec^2 x = 2 \sec^2 x \operatorname{cosec}^2 x$ (se pide el coseno de $2x$)

86. $\operatorname{tg} 2x = 8 \cos^2 x - \cot x.$

87. $\begin{cases} \operatorname{sen} x + \operatorname{sen} y = p \\ \cos^2 x - \cos^2 y = q. \end{cases}$ Hallar x é y.

88. $\operatorname{sen} x \cos x = \frac{1}{2\sqrt{2}}.$

89. $\operatorname{sen} 9x + \operatorname{sen} 5x + 2 \operatorname{sen}^2 x = 1.$

90. $\operatorname{sen} 5x \cos 3x = 2 \operatorname{sen} 9x \cos 7x.$

91. $\operatorname{tg} 2x + \cot x = 8 \cos^2 x.$

92. $\frac{1}{\operatorname{sen}^2 x} - \frac{1}{\cos^2 x} - \frac{1}{\operatorname{tg}^2 x} - \frac{1}{\cot^2 x} - \frac{1}{\sec^2 x} - \frac{1}{\operatorname{cosec}^2 x} + 3$
$= 0.$ (Hágase la discusión del resultado).

93. $\begin{cases} \operatorname{tg}(x + y) = 2 + \sqrt{3}; \\ \operatorname{tg}(x - y) = 2 - \sqrt{3}. \end{cases}$ Hallar x é y.

CAPÍTULO II

CÁLCULO DE LAS LÍNEAS TRIGONOMÉTRICAS

ARTÍCULO I

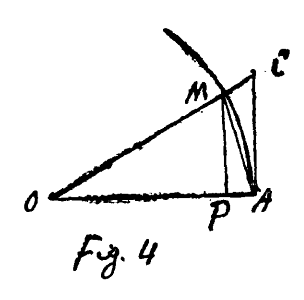
PRINCIPIOS FUNDAMENTALES

40. NOTICIAS GENERALES. — Ya nos hemos ocupado en parte del problema que se plantea en este capítulo, pero el cálculo efectuado apenas se limitó al de algunos valores particulares. Se hallaron las líneas de los arcos de 15°, 30°, 45°, etc.; pero no se indicó un medio general para deducir los valores de todas las líneas trigonométricas correspondientes á arcos que varíen muy paulatinamente, por ejemplo, de 10 en 10″. Y esto es lo que vamos á realizar en el curso de este capítulo.

41. TEOREMA. — *Todo arco menor que un cuadrante es mayor que su seno y menor que su tangente.*

DEMOSTRACIÓN. — En la figura 4, donde se tiene el arco AM con su seno MP y su tangente AC, se puede ver

claramente que la perpendicular MP es menor que la oblicua, y con mayor razón menor que el arco AM; luego $\operatorname{sen} a < a$. Por otra parte, el área del sector circular OAM es menor que la del triángulo OAC, según un conocido axioma; pero área $OAM = {}^1/_2 AM \times OA$ y área $OAC = {}^1/_2 OA \times AC$; luego ${}^1/_2 AM \times OA < {}^1/_2\, OA \times AC$, simplificando, $AM < AC$ ó $a < \operatorname{tg} a$.



Hemos demostrado, pues, que $\operatorname{sen} a < a < \operatorname{tg} a$.

42. TEOREMA. — *La diferencia entre un arco menor que un cuadrante y su seno, es menor que la cuarta parte del cubo del arco.*

DEMOSTRACIÓN. — Hay que probar que $a - \operatorname{sen} a < \frac{a^3}{4}$, siendo $a < 90°$. En efecto de $a < \operatorname{tg} a$ se deduce $\frac{a}{2} < \operatorname{tg} \frac{a}{2}$, ó bien $\frac{a}{2} < \frac{\operatorname{sen} \frac{a}{2}}{\cos \frac{a}{2}}$, y multiplicando ambos miembros por $\cos \frac{a}{2}$, $\frac{a}{2} \cos \frac{a}{2} < \operatorname{sen} \frac{a}{2}$. Volviendo á multiplicar los dos miembros de esta inecuación por $2 \cos \frac{a}{2}$, se saca

$$2 \times \cos \frac{a}{2} \times \frac{a}{2} \times \cos \frac{a}{2} < 2 \times \cos \frac{a}{2} \times \operatorname{sen} \frac{a}{2},$$

ó escrito de otra manera,

$$a \cos^2 \frac{a}{2} < 2 \operatorname{sen} \frac{a}{2} \cos \frac{a}{2},$$

y por lo tanto

$$a\left(1 - \operatorname{sen}^2 \frac{a}{2}\right) < \operatorname{sen} a. \qquad \text{(I)}$$

Pero sabemos que $\operatorname{sen} a < a$, ó $\operatorname{sen} \frac{a}{2} < \frac{a}{2}$, y cuadrando, $\operatorname{sen}^2 \frac{a}{2} < \frac{a^2}{4}$; luego $1 - \frac{a^2}{4} < 1 - \operatorname{sen}^2 \frac{a}{2}$, una vez que siendo iguales los minuendos (1 en nuestro caso), el sustraendo $\frac{a^2}{4}$ es mayor que el otro sustraendo $\operatorname{sen}^2 \frac{a}{2}$; luego con mayor razón se cumplirá la desigualdad (I) con esta sustitución, es decir, que $a\left(1 - \frac{a^2}{4}\right) < \operatorname{sen} a$; $a - \frac{a^3}{4} < \operatorname{sen} a$, y trasponiendo $a - \operatorname{sen} a < \frac{a^3}{4}$.

L. Q. Q. D.

Observación. — Siendo el arco una fracción pequeña del radio, la diferencia entre el arco y su seno no solamente es muy pequeña en sí misma sino también con relación al arco y al seno. En efecto, $a - \operatorname{sen} a < \frac{a^3}{4}$, ó bien $a - \operatorname{sen} a < a \times \frac{a^2}{4}$, es decir, que la diferencia $a - \operatorname{sen} a$ es menor que $\frac{a^2}{4}$ de a. Y como el seno es mayor que $a - \frac{a^3}{4}$ pero menor que a, lo que produce un valor próximo á a, resulta que $a - \operatorname{sen} a$ es también una parte pequeña de $\operatorname{sen} a$.

43. Teorema. — *El límite de las razones* $\frac{\operatorname{sen} a}{a}$ *y* $\frac{\operatorname{tg} a}{a}$ *es la unidad.*

Demostración — En efecto, de ser $\operatorname{sen} a < a$, se deduce $\frac{\operatorname{sen} a}{a} < 1$; y de $a < \operatorname{tg} a$, sacamos $\frac{1}{\operatorname{tg} a} < \frac{1}{a}$, ó, $\frac{\operatorname{sen} a}{\operatorname{tg} a} < \frac{\operatorname{sen} a}{a}$;

pero, $\cos a = \frac{\operatorname{sen} a}{\operatorname{tg} a}$ *(15)*, luego $\frac{\operatorname{sen} a}{a} > \cos a$. Así que por un lado $\frac{\operatorname{sen} a}{a} < 1$ y $\frac{\operatorname{sen} a}{a} > \cos a$, es decir, que la razón $\frac{\operatorname{sen} a}{a}$ está comprendida entre 1 y $\cos a$; pero en la diferencia $1 - \cos a$, á medida que disminuye el arco a, puesto que entonces $\cos a$ tiende á 1, dicha diferencia tiende á hacerse cero, es decir, á no haber diferencia; luego $\text{lím.} \frac{\operatorname{sen} a}{a} = 1$. Esto por lo que respecta al seno. Es fácil ver que lo mismo sucederá con la tangente, toda vez que disminuyendo el arco tanto, la tangente como el seno tienden á cero, luego $\text{lím.} \frac{\operatorname{tg} a}{a} = \text{lím.} \frac{\operatorname{sen} a}{a} = 1$.

De todo lo cual se deduce también que siendo el arco muy pequeño, podremos sin cometer error sensible, tomar su longitud por la de su seno y también por la de su tangente.

43 *a*. Teorema. — *El límite de la razón* $\frac{\operatorname{sen}(x+h) - \operatorname{sen} x}{h}$, *es* $\cos x$, *siendo* x *un arco determinado y* h *una variable que tiende á cero.*

Demostración. — Se tiene (*35*):

$$\operatorname{sen}(x+h) - \operatorname{sen} x = 2 \operatorname{sen} \frac{h}{2} \cos \left[x + \frac{h}{2} \right],$$

y dividiendo por h

$$\frac{\operatorname{sen}(x+h) - \operatorname{sen} x}{h} = \frac{2 \operatorname{sen} \frac{h}{2}}{h} \cos \left[x + \frac{h}{2} \right] = \frac{\operatorname{sen} \frac{h}{2}}{\frac{h}{2}} \cos \left[x + \frac{h}{2} \right]. \quad \text{(M)}$$

Pero hemos visto en el teorema anterior que la relación $\frac{\operatorname{sen} \frac{h}{2}}{\frac{h}{2}}$

tiende hacia 1 á medida que h disminuye; además $\cos\left[x+\frac{h}{2}\right]$ tiende á valer $\cos x$ á medida que h tiende á anularse; de manera que utilizando los límites, será

$$\frac{\operatorname{sen}(x+h)-\operatorname{sen} x}{h}=\cos x$$

Corolario. — Si el arco x tiene un valor próximo á 90°, el segundo factor $\cos\left[x+\frac{h}{2}\right]$ es muy pequeño; el primer miembro tiene entonces un valor también muy pequeño, y por consiguiente la diferencia $\operatorname{sen}(x+h)-\operatorname{sen} x$ es muy pequeña con relación á h. De aquí la conclusión que *cuando el arco tiene valores próximos á 90° la variación de sus senos es muy pequeña con relación al arco, y por lo tanto éste queda mal determinado por su seno.*

De la relación (M) se deduce

$$\frac{h}{\operatorname{sen}(x+h)-\operatorname{sen} x}=\frac{\frac{h}{2}}{\operatorname{sen}\frac{h}{2}}\times\frac{1}{\cos\left[x+\frac{h}{2}\right]},$$

y entonces, cuando el arco se acerca á 90°, el segundo factor $\frac{1}{\cos\left[x+\frac{h}{2}\right]}$ es muy grande, y la relación de la variación h del arco á la del seno es muy grande. Es decir, *que á una variación muy pequeña del seno corresponde una variación mucho más grande del arco.* De donde la misma conclusión de antes.

43 *b*. Teorema. — *El coseno de un arco que difiere poco de cero grados, difiere también poco de la unidad, y el error es menor si en vez de representarlo por la unidad lo representamos por* $1-\frac{a^2}{2}$.

Demostración. — Se tiene (*28*):

$$\cos a=\cos^2\frac{a}{2}-\operatorname{sen}^2\frac{a}{2}=1-\operatorname{sen}^2\frac{a}{2}-\operatorname{sen}^2\frac{a}{2}=1-2\operatorname{sen}^2\frac{a}{2}.$$

Si remplazamos $\operatorname{sen}^2\frac{a}{2}$ por $\frac{a^2}{4}$ mayor como sabemos (*41*) que $\operatorname{sen}^2\frac{a}{2}$, se tendrá, puesto que $2\frac{a^2}{4}=\frac{a^2}{2}$,

$$\cos a > 1 - \frac{a^2}{2}.$$

Donde vemos que si el arco es muy chico, $\cos a$ se halla comprendido entre 1 y $1 - \frac{a^2}{4}$ siendo a muy pequeño, así que cuando se toma para $\cos a$ como valor aproximado, un valor igual á 1 se comete un error menor que $\frac{a^2}{2}$, pero cuando se toma como tal valor el de $1 - \frac{a^2}{2}$ se comete un error mucho más pequeño. En efecto, puesto que (*42*) $\operatorname{sen} a > a - \frac{a^3}{4}$, deducimos, reemplazando a por $\frac{a}{2}$, $\operatorname{sen}\frac{a}{2} > \frac{a}{2} - \frac{a^3}{32}$. Ahora, si en la relación del principio $\cos a = 1 - 2\operatorname{sen}^2\frac{a}{2}$, ponemos en vez de $\operatorname{sen}^2\frac{a}{2}$, una cantidad menor, el segundo miembro aumenta, y por lo tanto

$$\cos a < 1 - 2\left[\frac{a}{2} - \frac{a^3}{32}\right]^2;$$

$$\cos a < 1 - \frac{a^2}{2} + \frac{a^4}{16} - \frac{a^6}{2 \times 16^2}.$$

Despreciemos $\frac{a^6}{2 \times 16^2}$, primero porque es muy pequeño y segundo por ser negativo, y entonces favorece la desigualdad; se tendrá por lo tanto

$$\cos a < 1 - \frac{a^2}{2} + \frac{a^4}{16}.$$

De manera que hallaremos

$$1 - \frac{a^2}{2} < \cos a < 1 - \frac{a^2}{2} + \frac{a^4}{16},$$

y de consiguiente, si tomamos para $\cos a$ un valor aproximado igual á $1 - \frac{a^2}{2}$, cometemos un error menor que $\frac{a^4}{16}$, y antes vimos que si por 1, el error era sólo menor que $\frac{a^2}{2} > \frac{a^4}{16}$.

C. Q. D.

EJERCICIOS. — TEOREMAS Á DEMOSTRAR. — 1.° *La diferencia entre un arco menor que un cuadrante y su seno es menor que el sexto del cubo del arco.*

2.° *La diferencia entre la tangente de un arco menor que un cuadrante y el arco, es mayor que el tercio del cubo del arco.*

3.° *Todo arco menor que un cuadrante es menor que la suma del tercio de su tangente y los dos tercios de su seno.*

4.° *El límite del producto* $\cos\frac{x}{2}\cos\frac{x}{4}\cos\frac{x}{8}\ldots\cos\frac{x}{2^n}$, *es* $\frac{\operatorname{sen} x}{x}$ *á medida que* n *aumenta.*

5.° *Si* x *tiene un valor determinado y* h *toma valores siempre más pequeños,* se tiene

$$\lim.\frac{\cos(x+h)-\cos x}{h}=-\operatorname{sen} a;$$

$$\lim.\frac{\operatorname{tg}(x+h)-\operatorname{tg} x}{h}=\frac{1}{\cos^2 x}=\sec^2 x;$$

$$\lim.\frac{\cot(x+h)-\cot x}{h}=-\cos^2 x;$$

$$\lim.\frac{\sec(r+h)-\sec x}{h}=\frac{\operatorname{tg} x}{\cos x};$$

$$\lim.\frac{\operatorname{cosec}(x+h)-\operatorname{cosec} x}{h}=-\frac{\cot x}{\operatorname{sen} x}.$$

ARTÍCULO II

CÁLCULO DE SEN 10''. — CÁLCULO DE LAS DEMÁS LÍNEAS TRIGONOMÉTRICAS

44. CÁLCULO DE SEN 10''. — Se sabe que la circunferencia, ó sea 360°, tiene un largo de $2\pi R$, y siendo $R=1$, ese largo es 2π; 180° tienen π de longitud; 1°, $\frac{\pi}{180}$; 1', $\frac{\pi}{180\times 60}$; 1'', $\frac{\pi}{180\times 3600}$; y 10'', $\frac{\pi}{180\times 360}=\frac{3.141592}{180\times 360}$, lo que da

$$\text{arco } 10'' = 0.000048481368110\ldots \qquad (M)$$

Es decir que

$$\text{arco } 10'' < 0.00005,$$

y entonces

$$(\text{arco } 10'')^3 < (0.00005)^3; \quad \frac{(\text{arco } 10'')^3}{4} < \frac{(0.00005)^3}{4},$$

ó sea

$$\frac{(\text{arco } 10'')^3}{4} < 0.000000000000032.$$

Y de acuerdo con el último teorema, y con mayor razón en nuestro caso,

$$\text{arco } 10'' - \text{sen } 10'' < 0.000000000000032. \qquad (N)$$

Adoptando como valor de sen 10″ el del arco (M), se comete un error indudablemente, pero este error es *menor* que 32 unidades decimales del orden 15, que es *menor que media unidad decimal del orden décimo tercio.*

Además, si del valor del arco de 10″ (M) se resta su exceso sobre sen 10″, es claro que dará por diferencia el propio seno de 10″; pero resulta que 0.000000000000032 es mayor que ese exceso (arco 10″ − sen 10″), así que restando de dicho arco un valor mayor, nos dará una diferencia *menor* y no sen 10″; luego

$$0.000048481368078 < \text{sen } 10''. \qquad (P)$$

Y tenemos por otra parte

$$0.000048481368110 > \text{sen } 10''.$$

De consiguiente, los decimales comunes á estos números pertenecen al *verdadero* valor de sen 10″. Así que sin *ninguna clase de error hasta el orden decimal doce,*

$$\text{sen } 10'' = 0.000048481368. \qquad (Q)$$

45. Cálculo de las demás líneas del arco de 10″.— Es cuestión sencillamente de aplicar las fórmulas usadas *(16)*. Por ejemplo:

$$\cos 10'' = \sqrt{1 - \operatorname{sen}^2 10''} = 0.999999998824\ldots \qquad \text{(S)}$$

Y después, dividiendo (Q) por (S), se tiene tg 10″, y al revés, cot 10″, etc.

Es necesario observar desde ya que lo que casi siempre se utiliza son los logaritmos de las líneas trigonométricas; entonces no hay para qué hallar los valores numéricos ó *naturales* de la tangente, de la cotangente, la secante y la cosecante, puesto que siendo $\operatorname{tg} a = \frac{\operatorname{sen} a}{\cos a}$, será $L.\operatorname{tg} a =$ $L.\operatorname{sen} a - L.\cos a$; y del mismo modo $L.\cot a = L.\cos a -$ $L.\operatorname{sen} a$; en donde $L.$ puede representar tanto logaritmos neperianos (que es efectivamente lo que en muchos libros representa), como vulgares ó de Briggs. En cuanto á la secante y cosecante, si hubiesen de obtenerse sus logaritmos (pocas tablas trigonométricas los contienen), basta sencillamente hallar los complementos á cero del coseno y del seno respectivamente: $\sec a = \frac{1}{\cos a}$, luego Log. sec a $= 0 -$ Log. cos $a = C_0$ log. cos a; y Log. cosec $a = C_0$ log. sen a.

46. Extensión del cálculo. — El seno de 20″ se halla por la fórmula $\operatorname{sen} 2a = 2 \operatorname{sen} a \cos a$, en donde se hace $a = 10''$; y cos 20″, ó bien por $\cos 2a = \cos^2 a - \operatorname{sen}^2 a$, ó sino por $\cos a = \sqrt{1 - \operatorname{sen}^2 a}$, haciendo en el primer caso $a = 10''$, y en el segundo $a = 20''$. Después $L.\operatorname{tg} 20'' = L.$ $\operatorname{sen} 20'' - L.\operatorname{sen} 20''$. Y así siguiendo para las demás líneas.

Para calcular sen 30″ y cos 30″ se emplean las fórmulas

$$\operatorname{sen}(a + b) = \operatorname{sen} a \cos b + \cos a \operatorname{sen} b;$$
$$\cos(a + b) = \cos a \cos b - \operatorname{sen} a \operatorname{sen} b,$$

en las cuales se hace $a = 20''$ y $b = 10''$.

Para calcular el seno y coseno de 40″, las fórmulas $\operatorname{sen} 2a = 2 \operatorname{sen} a \cos a$ y $\cos 2a = \cos^2 a - \operatorname{sen}^2 a$, haciendo $a = 20''$. Para el de 50″ las anteriores; para el de 60″ las últimas del arco doble; para el de 70″ las primeras; para el de 80″ las segundas, etc., etc.

Luego de tener los valores naturales de los senos y cosenos, se buscan los logaritmos de esos números; se restan, y se obtienen así los logaritmos de las tangentes y de las cotangentes, según vimos ya *(44)*.

47. Límite del cálculo. — Empleando el procedimiento indicado en el número anterior para hallar los senos y cosenos, se llegan á calcular todos los correspondientes á los arcos que crecen de 10 en 10″, alcanzando de esta manera el arco 45°. Aquí nos detenemos porque se sabe que las líneas y colíneas de un arco son respectivamente iguales á las colíneas y líneas del arco complementario $\operatorname{sen} 27° = \cos 63°$, y $\cos 27° = \operatorname{sen} 63°$. Por otra parte, los logaritmos que se empleen á partir del arco de 45° para las tangentes y cotangentes, son los mismos que antes se habrán hallado, bien que invertidos para esas líneas.

$$L.\operatorname{tg} 27° = L.\operatorname{sen} 27° - L.\cos 27°\,;$$

$$L.\cot 27° = L.\cos 27° - L.\operatorname{sen} 27°\,.$$

$$L.\operatorname{tg} 63° = L.\operatorname{sen} 63° - L.\cos 63°$$

$$= L.\cos 27° - L.\operatorname{sen} 27° = L.\cot 27°\,, \text{ etc.}$$

Después,

$$\text{Log.}\sec 27° = C_0 \log.\cos 27°\,; \text{Log.}\operatorname{cosec} 27° = C_0 \log.\operatorname{sen} 27°\,.$$

$$\text{Log.}\sec 63° = C_0 \log.\cos 63° = C_0 \log.\operatorname{sen} 27°$$
$$= \text{Log.}\operatorname{cosec} 27°\,, \text{ etc.}$$

Y por último, conociendo las líneas de todo arco menor de 90°, se conocerán las del suplemento, puesto que *en valor absoluto* son todas respectivamente iguales:

$$\text{sen } 130^\circ = \text{sen } 50^\circ \text{ ; } \cos 130^\circ = \cos 50^\circ \text{ ; etc.}$$

Y también

$$\text{sen } 130^\circ = \cos 40^\circ \text{ ; } \cos 130^\circ = \text{sen } 40^\circ .$$

48. VERIFICACIÓN DEL CÁLCULO. — Claro está que al llegar al cálculo del seno y del coseno de 45° por medio de la trasmisión del valor de las dos líneas correspondientes al arco de 44° 59′ 50″ y alguno más de los anteriores, hemos de encontrar como par de resultados, $\frac{1}{2}\sqrt{2} = 0.70710\ldots$ Esto sería la comprobación de nuestro cálculo. Pero en el caso de que tal hecho no sucediera, nos veríamos obligados á revisar *todo el trabajo,* lo que importaría un verdadero fastidio. Por eso es conveniente, antes de proceder á dicho cálculo, obtener por separado los valores del seno y coseno de algunos arcos hasta 45°; por ejemplo, de los arcos de 9°, 15°, 18°, 22° 30′, 27°, 30° y 36°. Estos valores servirían para indicar desde qué momento debió empezarse á producir el error que se encontró al fin, lo que indudablemente es una gran ventaja para hacer las correcciones debidas.

49. FÓRMULAS DE T. SIMPSON. — Se tiene *(35)* y *(37)*.

$$\text{sen}(a+b) + \text{sen}(a-b) = 2 \text{ sen } a \cos b;$$

$$\cos(a+b) + \cos(a-b) = 2 \cos a \cos b.$$

De donde deducimos

$$\text{sen}(a+b) = 2 \text{ sen } a \cos b - \text{sen}(a-b);$$

$$\cos(a+b) = 2 \cos a \cos b - \cos(a-b).$$

Hagamos $a = mb$, y de aquí $a + b = mb + b = b(m+1)$, y también $a - b = b(m-1)$; luego

$$\operatorname{sen}(m+1)b = 2 \operatorname{sen} m b \cos b - \operatorname{sen}(m-1)b;$$

$$\cos(m+1)b = 2 \cos m b \cos b - \cos(m-1)b,$$

y

$$\operatorname{sen}(m+1)b = \operatorname{sen} m b \times 2 \cos b - \operatorname{sen}(m-1)b;$$

$$\cos(m+1)b = \cos m b \times 2 \cos b - \cos(m-1)b.$$

Tales son las fórmulas de Simpson, en las que se puede asignar á b un valor igual, por ejemplo, de 10″; entonces quedarían modificadas así:

$$\operatorname{sen}(m+1)10'' = \operatorname{sen}(m \times 10'') \times 2 \cos 10'' - \operatorname{sen}(m-1)10'';$$

$$\cos(m+1)10'' = \cos(m \times 10'') \times 2 \cos 10'' - \cos(m-1)10'';$$

ó sino

$$\operatorname{sen}(m+1)10'' = \operatorname{sen}(m \times 10'') \times 1.999999997648 - \operatorname{sen}(m-1)10'';$$

$$\cos(m+1)10'' = \cos(m \times 10'') \times 1.999999997648 - \cos(m-1)10''.$$

Aplicación. — Antes que nada conocemos el seno y el coseno de 10″, como ya se habrá echado de ver con la última modificación. Hagamos, ahora, $m = 1$, y entonces

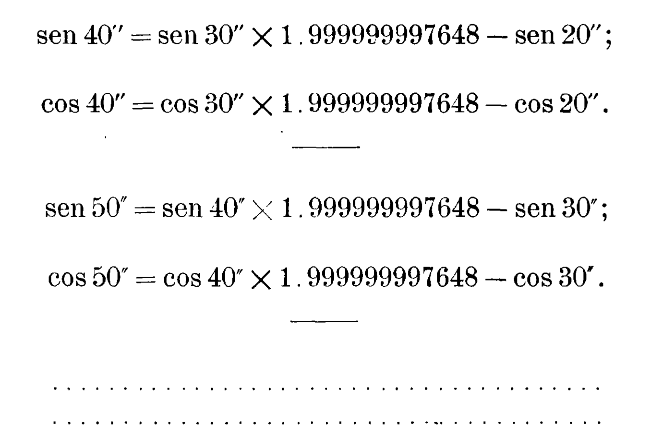
$$\operatorname{sen} 20'' = \operatorname{sen} 10'' \times 1.999999997648 - 0;$$

$$\cos 20'' = \cos 10'' \times 1.999999997648 - 1;$$

y si $m = 2$, $m = 3$, $m = 4 \ldots$ será respectivamente,

$$\operatorname{sen} 30'' = \operatorname{sen} 20'' \times 1.999999997648 - \operatorname{sen} 10'';$$

$$\cos 30'' = \cos 20'' \times 1.999999997648 - \cos 10''.$$



$$\text{sen}\,40'' = \text{sen}\,30'' \times 1.999999997648 - \text{sen}\,20'';$$

$$\cos 40'' = \cos 30'' \times 1.999999997648 - \cos 20''.$$

$$\text{sen}\,50'' = \text{sen}\,40'' \times 1.999999997648 - \text{sen}\,30'';$$

$$\cos 50'' = \cos 40'' \times 1.999999997648 - \cos 30'.$$

. . . .

. . . .

Veamos desde ya la utilidad de la aplicación de las fórmulas de Simpson para el objeto con que fueron halladas. Se hace previamente, por medio de sumas y comprobando con multiplicaciones, los productos de 1.999999997648 por 1, por 2, por 3,.... por 8 y por 9, que se colocan en un pequeño cuadro. Luego, para encontrar los productos de esa constante $2\cos 10''$ por los factores $\text{sen}\,10''$, $\cos 10''$; $\text{sen}\,20''$, $\cos 20''$; $\text{sen}\,30''$, $\cos 30''$, etc., no tendremos que efectuar sino simples sumas, y luego una resta fácil de la cantidad calculada, que ocupan dos lugares atrás. Cuando estemos en 90″, por ejemplo, tendremos:

$$\text{sen}\,90' = \text{sen}\,80' \times 1.9999999997648 - \text{sen}\,70', \text{ etc.}$$

Modificación provechosa. — En este último ejemplo podrá hacerse lo siguiente:

$$\text{sen}\,90'' = \text{sen}\,80' (2 - 0.000000002352) - \text{sen}\,70''$$

$$= 2\,\text{sen}\,80' - \text{sen}\,80'' \times 0.000000002352 - \text{sen}\,70'.$$

Y entonces los productos parciales que habrían de tomarse del nuevo cuadro (constante 0.000000002352) no

serían más que de cuatro ó cinco cifras, recargándose el cálculo sólo con el producto por 2, fácil de efectuar. Siguiendo el mismo ejemplo, igual cosa diríamos de cos 90′.

NOTA IMPORTANTE. — ARCOS MÚLTIPLES.—Por medio de las fórmulas de Simpson podremos hallar las siguientes expresiones:

$$\operatorname{sen} 2a = 2 \operatorname{sen} a \cos a \qquad \cos 2a = 2\cos^2 a - 1$$

$$\operatorname{sen} 3a = 3 \operatorname{sen} a - 4 \operatorname{sen}^3 a \qquad \cos 3a = 4\cos^3 a - 3\cos a$$

$$\operatorname{sen} 4a = (4 \operatorname{sen} a - 8 \operatorname{sen} 2a) \cos a \qquad \cos 4a = 8\cos^4 a - 8\cos^2 a + 1$$

$$\operatorname{sen} 5a = 5 \operatorname{sen} a - 20 \operatorname{sen}^2 a + 16 \operatorname{sen}^3 a \qquad \cos 5a = 16\cos^5 a - 20\cos^3 a + 5\cos a$$

. . . .

CAPÍTULO III

TABLAS DE LOGARITMOS

ARTÍCULO I

DISPOSICIONES DE LAS TABLAS

50. NOTICIAS. — Son muchas las tablas de logaritmos trigonométricos que se han impreso. Siempre van acompañadas con las Tablas de los logaritmos de los números naturales. La descripción de estas últimas puede verse en mi «Tratado de Aritmética»; aquí me ocuparé sólo de los primeros, pero haciendo desde ahora la advertencia de que las verdaderas aplicaciones de los logaritmos trigonométricos se hace, en la totalidad de los casos, conjuntamente con los logaritmos de los números; por eso es bueno que el lector no olvide la idea de éstos, adquirida en los cursos universitarios anteriores.

Son muchas, repito, las Tablas de logaritmos trigonométricos que se han editado, ó mejor dicho, son diversos los

autores que se han encargado de confeccionarlas — Vlacq, Callet, Vega, Bremiker, Caillet, Dupuis, Hoüel (éstos con los logaritmos de Gauss [1]), Lalande, Marie, Calvet, Vázquez Queipo, Schrönn, Law... — Pero en todas ellas la disposición general es la misma; las variantes son de detalle y alcance. Las de Dupuis, por ejemplo, tienen siete cifras decimales en los logaritmos y están calculadas para arcos que varíen de 10 en 10″. Tienen los logaritmos del seno, del coseno, tangente y cotangente y el radio está representado por 1. Lo mismo las de Callet, anteriores á las de Dupuis, pero el radio $= 10^{10}$. Las de Hoüel tienen los logaritmos de las seis líneas estudiadas en nuestro texto: seno, tangente, secante, coseno, cotangente y cosecante. Los logaritmos constan de cinco cifras decimales, varían de minuto en minuto y el radio se supone igual á 10^{10}. Lalande igual que Hoüel, pero sin los logaritmos de la secante y cosecante. Los logaritmos de Vázquez Queipo tienen seis cifras decimales y en lo demás, de alcance angular, como Lalande.

51. Tablas de Dupuis d'après Callet. — La parte superior de la página tiene marcado el número de grados (sexagesimales) que corresponden al arco: cada número de grados es el encabezamiento de seis páginas, es decir, que hay 6 páginas para 0°, otras 6 para 1°, otras 6 para 2°, etc., hasta 44° inclusive. Por la parte de abajo de cada página hay la misma notación, pero de adelante para atrás y desde 45° hasta 89°. La página, por lo demás, está formada de varias columnas encabezadas: la 1.ª por ′, la 2.ª por ″, la 3.ª por Sen., la 4.ª por D. (inicial de diferencias: es la que hay entre dos logaritmos consecutivos), la 5.ª por Tang., la 6.ª por *D.* c. (diferencias comunes), la 7.ª por Cotg., la 8.ª por Cos., la 9.ª por D., la penúltima por ″ y la última por ′. Abajo de la página lo mismo, pero cambiadas las líneas en colíneas y

(1) Las pequeñas tablas de Dupuis, según Lalande y Müller (manual Hoepli), también insertan los logaritmos de adición y sustracción.

recíprocamente. Finalmente hay en cada página como en los logaritmos de los números una profusión de columnitas marginales. Los números de minutos aumentan de 1 en 1 hasta haber 10 en cada página; los de los segundos de 10 en 10 hasta 50, pero repitiéndose el período en cada minuto. Los logaritmos tienen siete cifras decimales y una de estas cifras no se repite.

Hay además en la obra de que nos ocupamos unas tablas que contienen los logaritmos de las lineas trigonométricas correspondientes á los arcos que varían de segundo en segundo, pero nada más que hasta 5° por la parte de arriba (seno y tangente) y por la parte de abajo de 85 á 90° (coseno y cotangente).

52. Tablas de Hoüel. — Los encabezamientos de página igual que en las de Dupuis. Los arcos varían de minuto en minuto y hay tres columnas para las diferencias, una comunes á senos y cosecantes, otra á tangentes y cotangentes y la última á secantes y cosenos. El radio se supone igual á 10^{10}, lo que vale decir, que en todas las fórmulas halladas en el curso hay que restablecer el radio; por ejemplo:

$$\operatorname{tg} a = \frac{\operatorname{sen} a}{\cos a}, \text{ y } \operatorname{Log.} \operatorname{tg} a = \operatorname{Log.} \operatorname{sen} a - \log. \cos a,$$

suponiendo el radio igual á 1; pero con dichas tablas

$$\operatorname{tg} a = \frac{\operatorname{sen} a \times R}{\cos a}, \text{ y } \operatorname{Log.} \operatorname{tg} a = \operatorname{Log.} \operatorname{sen} a + \log. R - \log. \cos a,$$

á

$$\operatorname{Log.} \operatorname{tg} a = \operatorname{Log.} \operatorname{sen} a - \log. \cos a + 10.$$

Así como de ser $R = 1$, resulta sencillamente, $\operatorname{Log.} \sec a = \operatorname{Co} \log. \cos a$, no siendo R igual á 1, habrá que escribir

$$\operatorname{Log.} \sec a = 2 \operatorname{Log.} R - \log. \cos a = 20 + C_0 \log. \cos a.$$

De manera que esto de hacer el radio igual á 10^{10} para

evitar logaritmos negativos, como también así lo hacen Callet, Lalande y otros, es en mi concepto, un verdadero fastidio en el cálculo logarítmico que nos ocupa.

Hay también en las Tablas de Hoüel columnitas marginales; los logaritmos tienen cinco cifras decimales, y está todo escrito para cada valor, ó sea para todos los arcos de minuto en minuto.

53. TABLAS DE LALANDE. — Idénticas á las de Hoüel, pero con la supresión de las secantes y cosecantes y de las columnitas marginales.

ARTÍCULO II

MANEJO DE LAS TABLAS LOGARÍTMICAS

54. MANEJO DE LAS TABLAS DE DUPUIS D'APRÈS CALLET. — *1.º Se nos pide* Log. sen 32º. En la página encabezada superiormente por 32º y á la izquierda en las dos primeras columnas por 0' y por 0'' encontramos inmediatamente el logaritmo pedido

$$\text{Log. sen } 32^\circ \ldots\ldots = \bar{1}'7242097.$$

2.º Se pide log. tg 27º 28'. En la página encabezada arriba con 27º y contando á la izquierda los 28', se encuentra en la columna, también encabezada superiormente, por Tang.

$$\text{Log. tg } 27^\circ\, 28' \ldots\ldots = \bar{1}'7158095.$$

3.º Se pide log. cot 10º 37' 20''. Utilizando la columna de las cotangentes en los encabezamientos superiores, se halla

$$\text{Log. cot } 10^\circ\, 37'\, 20'' \ldots\ldots = 0.7268913.$$

4.º Se pide log. cos 67º 25' 40''. Como el ángulo pasa de 45º, los encabezamientos de página y de columna se buscan por abajo, y los minutos y los segundos se fijan á la derecha. Siendo así, se tiene

$$\text{Log. cos } 67^\circ\, 25'\, 40'' \ldots\ldots = \bar{1}'5841589.$$



Ejercicios. — Buscar los logaritmos de las siguientes líneas trigonométricas: sen 56° 32′ 10″; tg 82° 15′ 40″; cot 46° 00′; cos 36° 15′; tg 3° 08′; sen 0° 28′ 30″; cos 48° 17′ 10″.

55. Los logaritmos no se hallan registrados en las Tablas. — Desde luego no hay en éstas logaritmos de líneas trigonométricas que pertenezcan á arcos mayores de 90°, pero en tal caso ya se sabe cómo procedemos para hallarlos *(47)*. Tampoco hay en las Tablas de que nos ocupamos (las de Callet) logaritmos pertenecientes á las líneas secantes y cosecantes; pero también sabemos en este nuevo caso cómo se procede para obtenerlos.

1.er ejemplo.—Log. sen.110° 29′ = Log. sen 69° 31′; ó mejor,

$$\text{Log. sen } 110^\circ\, 29' = \text{Log. cos } 20^\circ\, 29' = \bar{1}'9716348.$$

2.° Log. cot 160° 35′ 20″ = log. tg. 70° 35′ 20″ (se atiende sólo al valor absoluto). Entonces:

$$\text{Log. cot } 160^\circ\, 35'\, 20'' = 0'4529967.$$

3.° Log. sec 39° 27′ 30″

$$= \text{log.}\left(\frac{1}{\cos 39^\circ\, 27'\, 30''}\right) = 0 - \bar{1}'8876662 = 0'1123338.$$

4.° Log. cosec 85° 18′ 20″ = $0 - \bar{1}'9985424 = 0'0014576$.

5.° Log. sec 120° 10′ = log. cosec 30° 10′ (en valor absoluto) = $0 - \bar{1}'7011508 = 0'.2988492$.

Como se ve, los logaritmos de la secante y de la cosecante son los respectivos complementos á cero del coseno y del seno correspondientes al mismo arco.

Ahora supondremos que las líneas dadas sean las de las tablas, pero los arcos á que pertenecen no se hallen en ellas. Se pide, por ejemplo,

1.° Log. sen 33° 59′ 48″

Se busca en las tablas el logaritmo de sen 33° 59′ 40″, y se halla $\overline{1}'7474992$, y una diferencia de 312 entre ese logaritmo y el inmediato de abajo; esta diferencia 312 corresponde á un arco de 10″; y entonces, aceptando cierta proporcionalidad de logaritmos y números, decimos:

$$\frac{10''}{312} = \frac{8''}{x}, \text{ de donde } x = 249.6 .$$

Esta última diferencia, 249.6, se puede haber obtenido directamente en las tablas usando las columnitas marginales; en la encabezada por 312 se halla, en efecto, 249.6 (á la derecha de la raya vertical) como diferencia correspondiente á 8″ (á la izquierda de la raya).

Después,

$$\begin{array}{ll} \text{Log. sen } 33^\circ\, 59'\, 40'' \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots & = \overline{1}'7474992 \\ & + \qquad\quad 250 \\ \hline \text{Log. sen } 33^\circ\, 59'\, 48'' \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots & = \overline{1}'7475242 \end{array}$$

2.° Log. cos 18° 24, 36″.

$$\begin{array}{ll} \text{Log. cos } 18^\circ\, 24'\, 30'' \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots & = \overline{1}'9771884 \\ & - \qquad\quad 43 \\ \hline \text{Log. cos } 18^\circ\, 24'\, 36'' \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots & = \overline{1}'9771841 \end{array}$$

He *quitado* la diferencia correspondiente á los 6″ obtenida en la columnita marginal encabezada por 71, porque *á mayor arco corresponde menor coseno.* Hay quien opina que es más útil buscar el logaritmo del arco superior y *agregar* después la diferencia correspondiente, todo con el fin de uniformar los procedimientos. Yo no estoy de acuerdo con esto, por el hecho de agregar aquí un inconveniente más y es el de buscar la diferencia logarítmica que corresponde, no á las unidades de los segundos dados, sino

á lo que falte á ellos para valer 10″. En nuestro ejemplo sería:

Log. cos 18° 24′ 40″	= $\bar{1}$′9771814
+ Diferencia correspte. á 4″.	28
Log. cos 18° 24′ 36″.	= $\bar{1}$′9771842

Logaritmo que se puede aceptar como igual al anterior.

3.o Log. tg 65° 17′ 34″. Procediendo como en el caso del seno, se halla

Log. tg 65° 17′ 30″	= 0′3371243
+ Diferencia correspte. á 4″.	222
Log. tg 65° 17′ 30″.	= 0′3371465

4.o Log. cot 39° 16′ 42″. Se busca como en el coseno.

Log. cot 39° 16′ 40″.	= 0′0873300
− Diferencia correspte. á 2″.	86
Log. cot 39° 16′ 42″	= 0′0873214

Ó bien

Log. cot 39° 16′ 50″.	= 0′0872871
+ Diferencia correspte. á 8″.	343
	0′0873214

En el caso de que al arco acompañe fracción decimal de segundo, se procede buscando en las columnitas marginales la diferencia que corresponde á las cifra de las décimas consideradas como segundos y dividiendo por 10 esa diferencia; si son centésimas, por 100; etc.

1.er EJEMPLO.—Hallar el logaritmo de sen 53° 15′ 27″,856.

Log. sen $53^\circ\ 15'\ 20''$ . . .	$= \overline{1}'9038016$	109.9
+ Diferencia correspon-		12.56
diente á $7'',856$	123	942
Log. sen $53^\circ\ 15'\ 27'',856$	$= \overline{1}'9038139$	123

2.º EJEMPLO. — Log. cot $69^\circ\ 35'\ 43''\ 297$.

Log. cot $69^\circ\ 35'\ 40''$ . . .	$= \overline{1}'5705512$	193.5
— Diferencia correspon-		12.90
		5.805
diente á $3''\ 297$	213	0.4515
Log. cot $69^\circ\ 35'\ 43''\ 297$	$= \overline{1}'5705299$	213.

EJERCICIO. — Hallar los logaritmos de las siguientes líneas trigonométricas: sen 8º 23' 18'',73; cos 73º 17' 08'',694; tg 10º 09' 53'',53; cot 40º 15' 33'',854; sec 60º 13' 28'',329; cosec 70º 08' 09'',64.

56. TABLAS ADICIONALES. — Si el arco *contiene unidades de segundo* y es menor de 5º, ó bien mayor de 85º, entonces para buscar el logaritmo de la línea trigonométrica, conviene utilizar unas tablas que se hallan antes de las explicadas y que contienen los senos y tangentes de los arcos hasta 5º calculados de segundo en segundo y lo mismo los cosenos y cotangentes de los arcos mayores de 85º. Veamos las ventajas que ofrecen dichas tablas adicionales. Se pide log. sen $2^\circ\ 15'\ 37''$. Por las tablas generales

Log. sen $2^\circ\ 15'\ 30''$ . .	$= \overline{2}'5955530$	$\frac{10''}{5335} = \frac{7}{x}$;
+ Dif. correspte. á $7''$.	3734	
Log. sen $2^\circ\ 15'\ 37''$ . .	$= \overline{2}'5959264$	$x = 3734.5$

En las tablas auxiliares obtengo directamente para sen 2º (arriba de la página) 15′ (encabezamiento de las columnas, menos primera y última) 37″ (en primera columna).

$$\text{Log. sen } 2^\circ\ 15'\ 37'' \ldots = \overline{2}'5959265.$$

En general, este logaritmo es más exacto que el anterior.

Igual procedimiento se emplea con el logaritmo de la tangente. Tratándose del coseno y de la cotangente no es lo mismo, porque las diferencias entre los logaritmos consecutivos es muy pequeña, y entonces el cálculo adicional que se hizo hoy para hallar la diferencia correspondiente á los 7″, es sencillísima: Por lo tanto, no hay para qué tomar tablas especiales de tales colíneas correspondíentes á arcos menores de 5°.

$$\begin{array}{lr} \text{Log. cos } 2^{\circ}\,15'\,30'' \;.. = & \bar{1}'9996626 \\ -\text{ Dif. correspte. á } 7'' \;. & 6 \\ \hline \text{Log. cos } 2^{\circ}\,15'\,37'' \;.. = & \bar{1}'9996620 \end{array} \qquad \frac{10}{8} = \frac{7}{x};\; x = 5.6$$

En un caso análogo al seno y á la tangente de los arcos menores de 5° se encuentran el coseno y la cotangente de los arcos mayores de 85°, complementos respectivos de los anteriores.

Si á los segundos se agregase fracción decimal, entonces hay que hallar la diferencia entre dos logaritmos consecutivos y luego formar la proporción correspondiente.

EJERCICIO. — Encontrar los logaritmos de las siguientes lineas: sen 1° 23' 18''; tg 3° 15' 19'',64; cos 87° 06' 07'',36; cot 89° 10' 40'',397; sec 88° 15' 06''; cosec 3° 39' 15'',38.

NOTA. — El logaritmo de la cotangente se puede tratar con el complemento á cero de la tangente, y recíprocamente.

57. DADO EL LOGARITMO DE LA LÍNEA, HALLAR EL ARCO. — 1.er EJEMPLO. Hallar el arco á que pertenece un SENO cuyo logaritmo es $\bar{1}'7864325$. Se busca el logaritmo que más se acerca al dado en las columnas de los senos (encabezamientos arriba ó abajo), y se obtiene $\bar{1}'7864157$ que corresponde á un arco de 37° 42,00′, donde hay una diferencia logarítmica de 272; y por la proporción $\frac{272}{10''}$

$=\frac{168}{x}$, siendo 168 la diferencia entre el logaritmo dado y el tomado en las tablas; de la proporción sacamos $x = 6'',176$; el arco que se busca vale entonces

$$37^{o}\,42'\,06'',176$$

NOTA. — Por lo general con las unidades de los segundos termina el cálculo del logaritmo.

2.º EJEMPLO. — En este segundo ejemplo ya emplearemos el método práctico, haciendo uso de las columnitas marginales. Log. tg x = 0'1345678, hallar x. La disposición del cálculo es la siguiente:

	0'1345678	
	388	6'',49
53° 44' 10''	290	
	2682	
	218	
	1768	
	412	
	3978	
	142	

El arco x vale 53° 44' 16'',49.

3.er EJEMPLO. — Buscar x cuando se tenga Log. cos x $= \bar{1}'9348567$.

	$\bar{1}$'9348567	6''88
30° 36' 20''	481	
	86	
	750	
	110	
	1000	
	100	

El arco x vale 30° 36′ 13″,12.

De otro modo:

	$\bar{1}$'9348567	
30° 36′ 10″	606	3″,14
	39	
	372	
	18	
	124	
	56	
	496	
	64	

Y el arco x es de 30° 36′ 13″,14, que difiere un poco del anterior. Si hubiera gran interés en ello, se podrían promediar los dos valores obtenidos.

4.° EJEMPLO. — Log. cot $x = \bar{1}'7432568$; hallar el valor de x.

	$\bar{1}$'7432568	0″,302
61° 01′ 40″	53	
	150	
	1488	
	120	
	992	
	208	

Y $x = 61° 01′ 39″ 698$.

EJERCICIO. — Los siguientes logaritmos $\bar{1}$'4325678; $\bar{1}$'0374568; $\bar{1}$'3456789; 0'4960008; 0'9634574; 2'0053867, pertenecen respectiva- á un seno, un coseno, una tangente, una cotangente, una secante y una cosecante: hallar el arco en cada caso.

58. TABLAS DE HOÜEL Y DE LALANDE. — El procedi-

miento es igual al anterior, sólo que en las segundas no hay columnitas marginales para utilizar el cálculo de las respectivas proyecciones; pero en cambio las diferencias logarítmicas son pequeñas, una ó dos cifras en general, y por lo tanto, viables para el mismo cálculo de las diferencias proporcionales.

Como los círculos graduados que se utilizan en las observaciones astronómicas y también para las operaciones geodésicas que exigen una gran exactitud, dan los ángulos á cerca de un segundo de aproximación, en tal caso es necesario, para no aumentar los errores por el cálculo, servirse de las tablas de Callet. Pero en las operaciones topográficas ordinarias, en donde los ángulos se miden con un minuto ó medio minuto de aproximación, las tablas de Lalande ó las de Hoüel son suficientes.

Veamos el grado de aproximación de éstas. Supongamos, desde luego, el ángulo definido por el logaritmo de su seno. Sea, por ejemplo, log. sen $x = \bar{2}'58613$. El logaritmo $\bar{2}'58419$ del seno de $2^o\,12'$ es el que se acerca más al otro por defecto: su diferencia es 194; siendo 328 la diferencia tabular, es necesario aumentar al ángulo $\frac{194 \times 60}{328} = 35'',48$. Busquemos la aproximación. Sea en general log. sen $x = a$; llamemos x_1 el ángulo que se obtiene por el método precedente y $\triangle$ la diferencia tabular de que nos servimos; para producir una variación de una unidad del quinto orden decimal en el logaritmo del seno, es necesario hacer variar el ángulo de una cantidad $\alpha = \frac{60''}{\triangle}$; por consiguiente, el mismo método de interpolación nos dará los valores aproximados $\log.\operatorname{sen}(x_1 + \alpha) = a + \frac{1}{10^5}$ y $\log.\operatorname{sen}(x_1 - \alpha) = a - \frac{1}{10^5}$. Pero se sabe que el error proveniente de la interpolación por partes proporcionales es menor que $\frac{1}{10^5}$; y

entonces de ahí deducimos que el valor exacto de log. sen $(x_1 + a)$ es más grande que a, y que el valor exacto de log. sen $(x_1 - a)$ es más pequeño que a. Siendo los logaritmos de los senos de los arcos $x_1 - a$ y $x_1 + a$, uno inferior y el otro superior á a, es claro que el arco x, cuyo seno tiene por logaritmo a, está comprendido entre $x_1 - a$ y $x_1 + a$; si se toma el valor aproximado x_1 se cometerá un error menor que a, esto es, menor que $\frac{60''}{\Delta}$. En el ejemplo anterior, el error es menor que $\frac{60''}{328}$, y por consiguiente, menor que 0''.2.

Continuando sin cesar disminuyendo la diferencia de las tablas, [1] cuando el ángulo crece de 0 á 90°, resulta que el error absoluto cometido en el ángulo va aumentando también sin cesar. Antes de los 12°, siendo la diferencia tabular mayor de 60, el error que se comete sobre el ángulo es menor que $\frac{60''}{60} = 1''$. Pero más allá de los 12° ya no se obtienen los segundos exactamente. En las vecindades de los 22° la diferencia tabular es 30 y el límite del error, por consiguiente, de $\frac{60''}{30} = 2''$; cerca de 30°, de 3''; á los 40°, ese límite está representado por 4''; á los 45°, por 5''; á los 50° por 6''; á los 55°, por 7''; á los 60°, por 8''. Pero más allá de 60° el error crece rápidamente: hacia los 70° es de 12'', á los 80° de 30'', á los 85° puede elevarse á un minuto. En las proximidades de los 88° se ve el mismo logaritmo referirse á tres ángulos consecutivos; como se puede tomar á voluntad uno de los tres ángulos, el error puede elevarse á 3 minutos. De ahí la conclusión de *que los ángulos cuyos valores se hallan próximos á 90° están mal determinados por sus senos.* [2] Y también *los ángulos pequeños están mal determinados por*

(1) Siguen diciendo Briot y Bouquet.
(2) Véase el número 43*a*.

sus cosenos. Pero las tangentes y las cotangentes no ofrecen el mismo inconveniente; si recorremos las columnas de las diferencias tabulares referidas á las tangentes y á las cotangentes, veremos, refiriéndonos sólo á las tangentes, que ellas disminuyen desde 0° á 45° para aumentar en seguída de 45° á 90°; el error aumenta entonces de 0 á 45° y disminuye después. En un valor inferior á 12°, el error que se comete en el ángulo es menor que un segundo; hacia los 27° el límite es de 2″; cerca de 45° este límite llega á 2″.4; después, como se dijo ya, disminuye regresando por los mismos valores de antes, puesto que la diferencia tabular retorna á valer igual. Es cerca de los 45° que el error es el más grande y su límite es entonces 2″.4. De manera que *cuando se determina un ángulo por su tangente ó por su cotangente, haciendo uso de las tablas de Lalande, el error cometido por el ángulo es siempre inferior á 2″.4.* Será conveniente entonces en la práctica, siempre que se pueda, determinar los ángulos desconocidos por sus tangentes ó por sus cotangentes, más bien que por sus senos ó sus cosenos.

Ejercicios. — 1.° Verificar con las tablas delante las siguientes igualdades. Después hallar los valores naturales de las lineas respectivas.

Log. sen 32°25'36'',4	= $\bar{1}$'7293441	Log. cos 34°14'47''	= $\bar{1}$'9173097
» sen 72°13'45'',8	= $\bar{1}$'9787674	» cos 57°34'23'',6	= $\bar{1}$'7293441
» sen 145°23'12'',87	= $\bar{1}$'7543726	» cos 99°03'18'',04	= $\bar{1}$'1969570
» sen 2°26'47'',54	= $\bar{2}$'6302975	» cos 87°07'42'',3	= $\bar{2}$'6998149
Log. tg 8°13'52'',79	= $\bar{1}$'1603493	Log. cot 23°17'22'',3	= 0'3660760
» tg 60°48'09'',92	= 0'2527296	» cot 86°12'18'',4	= $\bar{2}$'8217120
» tg 128°17'30''	= $\bar{1}$'8973611	» cot 130°00'20''	= $\bar{1}$'0767010
» tg 3°26,37'',5	= $\bar{2}$'7794324	» cot 89°56'15'',4	= $\bar{3}$'0369872

2.° Hallar los ángulos y después los valores naturales de las lineas correspondientes á

Log. sen x	= $\bar{1}$' 9749688	Log. cos x	= $\bar{1}$' 0567650
» sen x	= $\bar{1}$' 1034756	» cos x	= $\bar{2}$' 5773626
Log. tg x	= 0' 6960243	Log. cot x	= $\bar{1}$' 1603493
» tg x	= $\bar{3}$' 1233968	» cot x	= $\bar{2}$' 3803004

3.º Resolver las siguientes ecuaciones trigonométricas, utilizando las tablas de logaritmos:

1.ª Se dan dos arcos $a = 28^{o}\,19'37'',4$; $b = 16^{o}\,47'03'',6$: hallar x, menor que 90°, satisfaciendo á la siguiente condición: $\operatorname{sen} x = \operatorname{sen} a + \operatorname{sen} b$. *R.* $x = 49^{o}\,45'13''$.

2.ª Siendo $a = 38^{o}\,24'36''$; $b = 49^{o}\,19'43''$: hallar x, menor que 90°, cuando se cumpla $\operatorname{tg} x = \operatorname{tg} a + \operatorname{tg} b$. *R.* $x = 62^{o}\,55'46'',28$.

3.ª La suma de los senos de dos ángulos menores de 90° es 0.8945, uno de los ángulos vale $18^{o}\,17'30''$: hallar el otro ángulo x. *R.* $x = 35^{o}\,29'45''$.

4.ª Siendo $a = 47^{o}\,19'43''$; $b = 17^{o}\,32'53'',7$: hallar x cuando se tenga $$1 - \cos x = \frac{2 \operatorname{sen} a}{\cos b}.$$ *R.* $x = 90^{o}\,36'35''$.

5.ª Hallar x en la ecuación $$\operatorname{sen} x = \sqrt{\frac{2}{3}}.$$ *R.* $x = 54^{o}\,44'08'',19$.

6.ª Hallar los valores de x (menores de 90°) en la ecuación $$\operatorname{tg} x + 3 \cot x = 4.$$ *R* $\left\{ \begin{array}{l} x = 71^{o}\,33'\,54''.1 \\ x = 45^{o}\,00'\,00''. \end{array} \right.$

7.ª Hallar x en la ecuación $$\operatorname{sen} x + 2 \cos x = 0.$$ *R.* $x = 116^{o}\,37'\,54''.2$.

4.º Resolver las siguientes ecuaciones: $3 \cot x + 2 \operatorname{tg} x = 5$; $\frac{1 - \operatorname{sen} x}{1 + \operatorname{sen} x} = 0.784$; $\cos 2x = \cos x + 1$; $\operatorname{tg}(x+y) = \operatorname{tg} 45^{o}, \frac{\operatorname{tg} x}{\operatorname{tg} y} = \frac{5}{6}$; $5 \operatorname{sen}^2 x - 2 \cos^2 x - 3 \operatorname{sen} x \cos x = 0$; $x \cos y = -324.6219$, $x \operatorname{sen} y = 549.5827$; $\left. \begin{array}{l} x \operatorname{sen} a + y \operatorname{sen} 2a = \operatorname{sen} 3a \\ x \operatorname{sen} 3a + y \operatorname{sen} 6a = \operatorname{sen} 9a \end{array} \right\}$; $a + b\sqrt{-1} = x(\cos a + \operatorname{sen} a \sqrt{-1})$.

SEGUNDA PARTE

Resolución de los triángulos

CAPÍTULO I

FÓRMULAS PARA LA RESOLUCIÓN DE LOS TRIÁNGULOS

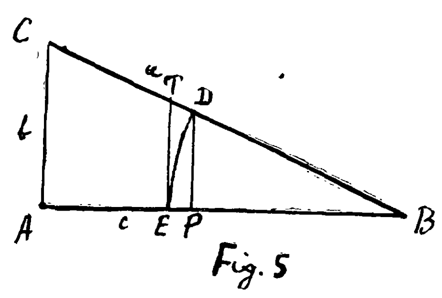
ARTÍCULO I

TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS

59. CONVENIOS. — Señalaremos los ángulos de un triángulo por las letras mayúsculas *A, B, C* y los lados opuestos por las letras minúsculas iguales. Si se supone que el ángulo recto del triángulo rectángulo tiene la letra *A*, la hipotenusa estaría representada á su vez por la letra *a*; así lo admitiremos en general. Por otra parte, estando esos ángulos medidos por sus arcos correspondientes, podremos considerar las líneas trigonométricas de tales arcos como las de los ángulos que ellos miden, así que el seno del arco correspondiente al ángulo *B*, por ejemplo, trazado con un radio que siempre podemos suponer igual á 1, se expresará por sen *B*; lo mismo se diría de sen *C*. Si el ángulo en *A* es recto, se tendrá $\text{sen}\, A = \text{sen}\, 90^o = 1$; $\cos A = \cos 90^o = 0$, etc.

60. TEOREMA *(fundamental). — En todo triángulo rectángulo, un cateto cualquiera es igual á la hipotenusa, multiplicada por el seno del ángulo opuesto á ese cateto.*

DEMOSTRACIÓN.—El arco *DE* corresponde al ángulo *B*, *DP* es el seno de ese arco si $BD = 1$ *(12)*, entonces *DP* es el seno del ángulo *B*. Ahora, los triángulos *CAB* y *DPB*



nos dan $\frac{CA}{DP} = \frac{CB}{BD}$, ó $\frac{b}{\text{sen}\, B} = \frac{a}{1}$, de donde la siguiente fórmula que demuestra el teorema:

$$b = a \,\text{sen}\, B. \qquad (31)$$

Del mismo modo $c = a \,\text{sen}\, C$. Si el radio no fuera igual á la unidad, se tendría

$$b = \frac{a \,\text{sen}\, B}{R}.$$

En el primer caso el cálculo logarítmico da

$$\text{Log.}\, b = \text{Log.}\, a + \text{log. sen}\, B,$$

y en el segundo

$$\text{Log.}\, b = \text{Log.}\, a + \text{log. sen}\, B - \text{log.}\, R.$$

NOTA. — Seguiremos suponiendo el radio igual á la unidad. En el manejo de las tablas de Hoüel y de Lalande el radio es igual á 10^{10}.

1.er COROLARIO. — *En todo triángulo rectángulo un cateto es igual al producto de la hipotenusa por el coseno del ángulo que con ésta forma dicho cateto.*

Efectivamente, puesto que los ángulos B y C son complementarios, se tendrá sen $B = \cos C$, y también sen $C = \cos B$; luego

$$b = a \cos C, \qquad (32)$$

y del mismo modo $c = a \cos B$.

2.º COROLARIO. — *En todo triángulo rectángulo un cateto es igual al otro cateto multiplicado por la tangente del ángulo opuesto al primero.*

Hemos demostrado

$$b = a \operatorname{sen} B;$$

$$c = a \cos B;$$

por división $\frac{b}{c} = \frac{a \operatorname{sen} B}{a \cos B}$; ó bien $\frac{b}{c} = \operatorname{tg} B$, y $b = c \operatorname{tg} B$. (33)

También $c = b \operatorname{tg} C$.

OBSERVACIÓN. — Este corolario se puede demostrar por medio de una figura, por ejemplo, la 5, ya en parte empleada. Los triángulos CAB y TEB, nos dan

$$\frac{CA}{TE} = \frac{AB}{EB}; \quad \frac{b}{\operatorname{tg} B} = \frac{c}{1}; \quad b = c \operatorname{tg} B.$$

3.er COROLARIO. — *En todo triángulo rectángulo un cateto es igual al producto del otro cateto por la cotangente del ángulo opuesto al segundo.*

De ser $\operatorname{tg} B = \cot C$, se deduce $b = c \cot C$. (34)

También $c = b \cot B$.

61. ÁREAS DE LOS TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS. — Cuando se conocen los dos catetos, el área S del triángulo, en función de los datos, se expresa así: $2S = bc$. Si fueran los datos la hipotenusa y un ángulo agudo, sería $2S = bc = a \operatorname{sen} B \times a \cos B = a^2 \operatorname{sen} B \cos B$. Si un cateto y un ángulo agudo, $2S = bc = b \times b \cot B = b^2 \cot B$. Y por último, si se conociesen la hipotenusa y un cateto, $2S = bc = b\sqrt{a^2 - b^2} = b\sqrt{(a+b)(a-b)}$. La segunda fórmula puede también escribirse así: $4S = a^2 \operatorname{sen} 2B$.

EJERCICIO. — ¿Tiene alguna ventaja esta última modificación?

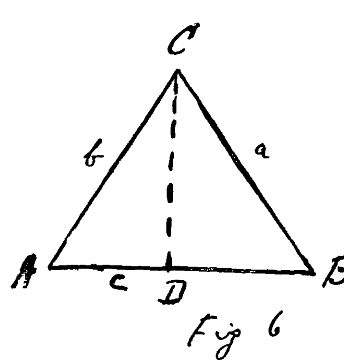
NOTA. — Hágase un recuerdo perfecto de las fórmulas enumeradas en este artículo. Extiéndase el recuerdo á las fórmulas relativas á las áreas en función de tales ó cuales datos.

ARTÍCULO II

TRIÁNGULOS RECTILÍNEOS (EN GENERAL)

62. TEOREMA *(fundamental).—En todo triángulo rectilíneo el cuadrado de un lado es igual á la suma de los cuadrados de los otros dos lados, menos el doble producto de estos mismos lados por el coseno del ángulo que ellos forman.*

DEMOSTRACIÓN (fig. 6).— Suponiendo el ángulo A agudo, se tendrá, según la Geometría:



$$\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 - 2AB \times AD,$$

ó bien

$$a^2 = c^2 + b^2 - 2c \times AD.$$

Pero AD, en el triángulo rectángulo ADC, es igual á $b \cos A$ *(60. 1.er Corolario)*, luego

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A. \qquad (35)$$

En el caso de que el ángulo A fuese obtuso como se ve en la figura 7, tendríamos:

$$\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 + AB \times AD,$$

ó de otro modo

$$a^2 = c^2 + b^2 + 2c \times AD.$$

Y en el triángulo ADC, se saca $AD = b \cos CAD$; pero hemos demostrado que los cosenos de dos ángulos ó arcos suplementarios son iguales y de signo contrario *(11)*, luego $\cos CAD = -\cos CAB = -\cos A$; luego $AD = b \times -\cos A$; y por sustitución

$$a^2 = c^2 + b^2 + 2\,c\,b \times -\cos A,$$

lo que da, como antes,

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2\,b\,c \cos A.$$

Y del mismo modo

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2\,a\,c \cos B, \qquad \text{(S)}$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2\,a\,b \cos C.$$

Advertencia. — Si el ángulo A fuera obtuso, la primera fórmula, ó sea, la *(35)*, se transformaría en

$$a^2 = b^2 + c^2 + 2\,b\,c \cos A, \text{ como debía ser.}$$

Corolario 1.º — *En todo triángulo rectilíneo los lados son proporcionales á los senos de los ángulos opuestos.*

Es decir que $\frac{a}{b} = \frac{\text{sen } A}{\text{sen } B}$. En efecto,

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2\,b\,c \cos A;$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2\,a\,c \cos B.$$

Sumando y restando sucesivamente estas igualdades, se saca

$$a^2 + b^2 = b^2 + a^2 + 2\,c^2 - 2\,c\,(b \cos A + a \cos B);$$

$$a^2 - b^2 = b^2 - a^2 - 2\,c\,(b \cos A - a \cos B).$$

Trasponiendo términos y simplificando, estas nuevas igualdades, se transformarán en

$$c = b \cos A + a \cos B;$$

$$a^2 - b^2 = c\,(b \cos A - a \cos B).$$

Que multiplicadas miembro á miembro, y suprimiendo el factor común c, dan

$$a^2 - b^2 = b^2 \cos {}^2 A - a^2 \cos {}^2 B.$$

Sustituyendo ahora el coseno en función del seno, se saca

$$a^2 - b^2 = b^2 (1 - \operatorname{sen} {}^2 A) - a^2 (1 - \operatorname{sen} {}^2 B),$$

de donde

$$0 = - b^2 \operatorname{sen} {}^2 A + a^2 \operatorname{sen} {}^2 B, \text{ ó}$$

$$a^2 \operatorname{sen} {}^2 B = b^2 \operatorname{sen} {}^2 A, \text{ y}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{\operatorname{sen} A}{\operatorname{sen} B}. \qquad (36)$$

ADVERTENCIAS. — I. Este corolario se puede demostrar de esta otra manera (fig. 6); se tiene sucesivamente *(60)*

$$DC = a \operatorname{sen} B \text{ (triángulo } BDC);$$

$$DC = b \operatorname{sen} A \text{ (triángulo } CDA).$$

Luego $a \operatorname{sen} B = b \operatorname{sen} A$, de donde la fórmula anterior. Si el triángulo fuera obtusángulo (fig. 7), tendríamos

$$CD = a \operatorname{sen} B \text{ (triángulo } BDC);$$

$$CD = b \operatorname{sen} CAD \text{ (triángulo } CDA);$$

pero *(11)* sen CAD = sen CAB = sen A; luego $CD = b$ sen A; y entonces como antes,

$$a \operatorname{sen} B = b \operatorname{sen} A.$$

II. En general, se tiene $\frac{a}{\operatorname{sen} A} = \frac{b}{\operatorname{sen} B} = \frac{c}{\operatorname{sen} C}$.

COROLARIO 2.º — *En todo triángulo rectilíneo la suma de dos lados y su diferencia forma una razón igual á la de las tangentes de la suma y diferencia de los ángulos opuestos.*

Ó sea, $\frac{a+b}{a-b} = \frac{\operatorname{tg} {}^1/_2 (A+B)}{\operatorname{tg} {}^1/_2 (A-B)}$. Se tiene $\frac{a}{b} = \frac{\operatorname{sen} A}{\operatorname{sen} B}$, y según la Aritmética

$$\frac{a+b}{a-b} = \frac{\operatorname{sen} A + \operatorname{sen} B}{\operatorname{sen} A - \operatorname{sen} B}. \text{ (1)}$$

Pero *(36)* $\frac{\operatorname{sen} A + \operatorname{sen} B}{\operatorname{sen} A - \operatorname{sen} B} = \frac{\operatorname{tg} {}^1/_2 (A+B)}{\operatorname{tg} {}^1/_2 (A-B)}$; luego

$$\frac{a+b}{a-b} = \frac{\operatorname{tg} {}^1/_2 (A+B)}{\operatorname{tg} {}^1/_2 (A-B)}. \qquad (37)$$

63. ÁREA DE LOS TRIÁNGULOS RECTILÍNEOS. — Representemos por h la altura CD del triángulo CAD (fig. 6); y entonces, $2S = ch$. Si los datos fueran los lados b y c y el ángulo comprendido A, se tendría: 1.º $h = b \operatorname{sen} A$, 2.º $2S = cb \operatorname{sen} A$. Si fueran los datos el lado a y los ángulos B y C, entonces: 1.º $\frac{a}{b} = \frac{\operatorname{sen} A}{\operatorname{sen} B}$, $b = \frac{a \operatorname{sen} B}{\operatorname{sen} A}$; y también $c = \frac{a \operatorname{sen} C}{\operatorname{sen} A}$; 2.º $2S = \frac{a^2 \operatorname{sen} B \operatorname{sen} C \operatorname{sen} A}{\operatorname{sen}^2 A}$, ó bien

(1) Se obtiene agregando y quitando 1 á los dos miembros de la igualdad anterior y dividiendo después una igualdad por otra.

$2\,S = \dfrac{a^2 \operatorname{sen} B \operatorname{sen} C}{\operatorname{sen} A}$. (1) Si se dan los tres lados emplearíamos la fórmula geométrica $S = \sqrt{p\,(p-a)\,(p-b)\,(p-c)}$, en la que p representa el semiperímetro $\dfrac{c+b+c}{2}$ del triángulo. (2)

Nota. — Hágase un recuerdo perfecto de las fórmulas numeradas en este artículo y también de las no numeradas relativas á las áreas.

Ejercicios. — Teoremas á demostrar. — 1.º *Cuando los senos de los ángulos* A, B, C *de un triángulo se hallan en progresión aritmética, se debe tener* $\operatorname{tg}\frac{A}{2}\operatorname{tg}\frac{C}{2} = \frac{1}{3}$.

2.º *Cuando las cotangentes de los ángulos* A, B, C *de un triángulo están en progresión aritmética, los cuadrados de los lados* a, b, c *también están en esa progresión.*

3.º *Si los lados* a, b, c *de un triángulo se hallan en progresión aritmética, se debe tener*

$$\cos\frac{A-C}{2} = 2\operatorname{sen}\frac{B}{2},\quad a\cos^2\frac{C}{2} + c\cos\frac{2A}{2} = \frac{3}{2}b.$$

4.º *Cuando las cotangentes de las mitades de los ángulos* A, B, C *de un triángulo están en progresión aritmética, se tiene*

$$\cot\frac{A}{2}\cos\frac{C}{2} = 3.$$

5.º *Si en un triángulo se verifica* $\dfrac{\operatorname{tg} B}{\operatorname{tg} C} = \dfrac{\operatorname{sen}^2 B}{\operatorname{sen}^2 C}$, *el triángulo es isósceles ó rectángulo.*

6.º *En todo triángulo rectilíneo se verifica* $\operatorname{sen}\dfrac{B-C}{2} = \dfrac{b-c}{a}\cos\dfrac{A}{2}$, $\cos\dfrac{B-C}{2} = \dfrac{b+c}{a}\operatorname{sen}\dfrac{A}{2}$.

---

(1) Generalmente es que como se emplea, puesta directamente en función de lo dotos, debía ser $2\,S = \dfrac{a^2 \operatorname{sen} B \operatorname{sen} C}{\operatorname{sen}(B+C)}$, puesto que $\operatorname{sen} A = \operatorname{sen}(B+C)$.

(2) Más adelante demostraremos trigonométricamente esta fórmula.

7.° *De la relación* $a^2 = b^2 + c^2 - 2\,b\,c \cos A$, *se deduce* $a < b + c$.

8.° *El producto de los radios vectores de cada punto de una elipse por el cuadrado del coseno del ángulo que la normal en el punto hace con uno de los radios vectores, es igual al cuadrado del semieje menor.*

9.° *Si se cumplen entre los tres lados y los tres ángulos de un triángulo las relaciones* $a^2 = b^2 + c^2 - 2\,b\,c \cos A$, $b^2 = a^2 + c^2 - 2\,a\,c \cos B$ *y* $c^2 = a^2 + b^2 - 2\,a\,b \cos C$, *existe siempre un triángulo que admite esos elementos.*

10. *De las fórmulas del Corolario 1.° (62) deducir las fórmulas* (S) *del mismo número.*

11. *Suponiendo que* a, b, c *y* A, B, C *son los elementos de un triángulo, demostrar que entre los ángulos agudos* x, y, z *obtenidos por las ecuaciones* $\cos x = \frac{a}{b+c}$, $\cos y = \frac{b}{a+c}$, $\cos z = \frac{c}{a+b}$, *se verifican las siguientes relaciones: 1.ª* $\operatorname{tg}^2 \frac{x}{2} + \operatorname{tg}^2 \frac{y}{2} + \operatorname{tg}^2 \frac{z}{2} = 1$; *2.ª* $\operatorname{tg} \frac{x}{2} \operatorname{tg} \frac{y}{2} \operatorname{tg} \frac{z}{2} = \operatorname{tg} \frac{A}{2} \operatorname{tg} \frac{B}{2} \operatorname{tg} \frac{C}{2}$.

12. *Si los lados de un triángulo se hallan en progresión geométrica, la razón de esta progresión está comprendida entre* $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ *y* $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$.

CAPÍTULO II

CASOS DE RESOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS

ARTÍCULO I

TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS — EJEMPLOS RESUELTOS

64. 1.er CASO DE RESOLUCIÓN [1] — *Se conocen los catetos y se trata de hallar los ángulos agudos, la hipotenusa y la superficie del triángulo.*

DATOS	INCÓGNITAS
b	B
c	C
	a
	S

(1) El orden de los casos de resolución es arbitrario.

Para hallar el ángulo B debemos emplear una fórmula que nos dé una relación entre los catetos (conocidos) y dicho ángulo; la fórmula á emplearse es entonces $b = c \operatorname{tg} B$, de donde

$$\operatorname{tg} B = \frac{b}{c}, \text{ y } \operatorname{Log.} \operatorname{tg} B = \operatorname{Log.} b - \log. c.$$

Hallado B [1] se tiene inmediatamente $C = 90^\circ - B$. Después, $a = \sqrt{b^2 + c^2}$, ó más fácilmente, $b = a \operatorname{sen} B$, de donde $a = \frac{b}{\operatorname{sen} B}$, valiéndonos para ello de un elemento calculado (el ángulo B), lo que debe evitarse siempre que se pueda. De $a = \frac{b}{\operatorname{sen} B}$ se deduce $\operatorname{Log.} a = \operatorname{Log.} b - \log. \operatorname{sen} B$.

El área la encontramos por $2S = bc$, de donde $\operatorname{Log.} 2S = \operatorname{Log.} b + \log. c$, aplicación logarítmica que debe eludirse cuando b y c sean grandes.

2.º CASO. — *Se conocen la hipotenusa* a *y el ángulo agudo* B: *hallar el otro ángulo* C, *los catetos* b *y* c *y la superficie* S.

Desde luego $C = 90^\circ - B$. (Se tacha C en el cuadro mencionado en la llamada última). La fórmula que nos debe dar b es la que exprese una relación entre la hipotenusa (conocida), un cateto (desconocido) y un ángulo agudo (conocido). Esta fórmula es $b = a \operatorname{sen} B$, de donde $\operatorname{Log.} b = \operatorname{Log.} a + \log. \operatorname{sen} B$. Está hallado b y la tildo en el cuadro. Del mismo modo $c = a \cos B$, y $\operatorname{Log.} c = \operatorname{Log.} a + \log. \cos B$.

La superficie se hallará sumando los logaritmos de los catetos b y c, que acabo de calcular, y tomando la mitad del número correspondiente; ó sino directamente por la fórmula

(1) Dispuesto en el pizarrón el cuadro de los datos y las incógnitas, como queda expresado, en líneas verticales, se van tachando las incógnitas á medida que se van determinando sus valores.

$$2\,S = a^2 \operatorname{sen} B \cos B,$$

ó por la

$$4\,S = a^2 \operatorname{sen} 2\,B.$$

3.er CASO. — *Se conocen* b *y* B: *hallar* C, a, c *y* S.

1.º, $C = 90^\circ - B$; 2.º, $b = a \operatorname{sen} B$, lo que da $a = \dfrac{b}{\operatorname{sen} B}$ y $\text{Log.}\, a = \text{Log.}\, b - \text{Log. sen}\, B$; 3.º, $b = c \operatorname{tg} B$, y por lo tanto $c = \dfrac{b}{\operatorname{tg} B}$, de donde $\text{Log.}\, c = \text{Log.}\, b - \text{Log. tg}\, B$; 4.º, $2\,S = b^2 \cot B$, y $\text{Log.}\, 2\,S = 2\,\text{Log.}\, b + \text{log. cot}\, B$.

5.º CASO. — *Se conocen* a *y* b: *calcular los ángulos* B *y* C, *el cateto* c *y la superficie* S.

1.º, $b = a \operatorname{sen} B$, ó $\operatorname{sen} B = \dfrac{b}{a}$, y $\text{Log. sen}\, B = \text{Log.}\, b - \text{Log.}\, a$; 2.º, $C = 90^\circ - B$; 3.º, $c = \sqrt{a^2 - b^2}$, ó $c = \sqrt{(a+b)(a-b)}$ y $\text{Log.}\, c = \dfrac{\text{Log.}\,(a+b) + \text{log.}\,(a-b)}{2}$;

$$\text{y 4.º, } 2\,S = b\sqrt{(a+b)(a-b)}$$

$$\text{y Log. } 2\,S = \text{Log.}\, b + \frac{\text{log.}\,(a+b) + \text{log.}\,(a-b)}{2}.$$

NOTA GENERAL. — Trátese siempre de utilizar logaritmos ya calculados ú obtenidos directamente en las tablas.

65. CASOS RESUELTOS. — 1.er CASO.

DATOS	RESULTADOS
$a = 528^{m}36$	C
$B = 47^\circ\,28'$	b
	c
	S

DISPOSICIÓN DEL CÁLCULO *(Con las tablas de Lalande)*.— $C = 90^\circ - B$; $C = 42^\circ\,32'$. (Escríbase este valor de C en la columna de los resultados).

FÓRMULA PARA HALLAR b: $b = a \operatorname{sen} B$; y $\text{Log.}\, b = \text{Log.}\, a + \text{log. sen}\, B$.

	Log. a . . . . . =	2'72293	
	Log. sen B. . =	9'86740	
$b = 389^m.342$		2.59033	$\frac{12}{1} = \frac{9}{x}$; $x = 0{,}42$.
		28	
		5	

(Escríbase el valor de b en el lugar correspondiente).

FÓRMULA PARA HALLAR c: $c = a \cos B$. Log. c = Log. a + Log. cos B.

		2'72293	
	Log. cos B . . =	9'82996	$\frac{12}{1} = \frac{10}{x}$; $x = 0{,}84$
		2'55289	
$c = 357^m.184$		79	
		10	

FÓRMULA PARA HALLAR EL ÁREA: $2S = a^2 \operatorname{sen} B \cos B$. Log. $2S = 2$ Log. a + Log. sen B + Log. cos B. Observando esta igualdad se ve que equivale á sumar los logaritmos de b y c, bien que dispuestos los sumandos parciales bajo otra forma.

	2 Log. a. =	5.44586	
		9.86740	$\frac{32}{1} = \frac{21}{x}$; $x = 0{,}65625$.
$2S = 139065{,}6250$		9.82996	
$S = 69532^{m^2}{,}8125$		5.14322	
		01	
		21	

Así que la superficie S del triángulo propuesto es de $6^h\, 9532^{m^2}{,}8125$.

2.º CASO. —

DATOS	RESULTADOS
$b = 428^m{,}367$	$C =$
$B = 48^\circ\, 25' 36''{,}8$	$c =$
	$a =$
	$S =$

$C = 90^\circ - B = 41^\circ\,34'\,23'',2$. (Póngase este valor en su lugar).

FÓRMULA PARA HALLAR c: $c = b \cot B$. $\text{Log.}\, c = \text{Log.}\, b + \log.\cot B$. *(Empleo de las Tablas de Dupuis).*

$$\begin{array}{lr} \text{Log.}\, b \ldots\ldots\ldots\ldots = & 2'6318160 \\ \text{Log.}\cot B \ldots\ldots\ldots = & \bar{1}'9479250 \\ \hline & 2'5797410 \\ & 379 \\ \hline c = 379^m\,963 \qquad & 31 \end{array}$$

FÓRMULA PARA CALCULAR a: $a = \dfrac{b}{\operatorname{sen} B}$. $\text{Log.}\, a = \text{Log.}\, b - \log.\operatorname{sen} B$

$$\begin{array}{lr} & 2'6318160 \\ \text{Log.}\operatorname{sen} B \ldots\ldots\ldots = & \bar{1}'8739652 \\ \hline & 2'7573508 \\ & 438 \\ \hline a = 572^m\,599 \qquad & 70 \end{array}$$

FÓRMULA PARA HALLAR EL ÁREA S: $2\,S = b^2 \cot B$.

$$\begin{array}{lr} 2\log. b \ldots\ldots\ldots = & 5'2636320 \\ & \bar{1}'9479250 \\ \hline 2\,S = 162763{,}4860 \qquad & 5'2115570 \\ & 477 \\ \hline S = 81381^{m^2}\,7430 \qquad & 93 \\ & 80 \\ \hline & 130 \\ & 107 \\ \hline & 230 \\ & 214 \\ \hline & 160 \end{array}$$

NOTA GENERAL.—Los ejemplos resueltos marcan el pro-

cedimiento que debe seguirse para cualquiera que sea el caso de resolución de triángulos rectángulos.

EJERCICIOS. — Resolver los siguientes triángulos rectángulos, cuando se conozcan: 1.° $b = 2315^m52$; $c = 2732^m86$. 2.° $a = 5892^m51$; $b = 5439^m24$. 3.° $a = 186^m5215$; $B = 53°\,07'\,48'',36$. 4.° $b = 1801^m79$; $B = 47°\,17'\,18'',3$. 5.° $a = 0.752$; $B = 25°\,17'\,14''$. 6.° $a = 0.056$; $b = 0.0326$.

66. RESOLUCIONES DE ARTIFICIO DE UN TRIÁNGULO RECTÁNGULO. Algunas veces, aunque muy contadas, puede suceder que los datos que se dan para resolver un triángulo rectángulo no sean precisamente lados y ángulos, sino ciertas relaciones entre ellos. Por ejemplo, *resolver el triángulo cuando se conozcan* a *y* b + c = m. Se tiene

$$b = a \operatorname{sen} B; \quad c = a \operatorname{sen} C;$$

luego

$$b + c = a(\operatorname{sen} B + \operatorname{sen} C) \text{ y}$$

$$\operatorname{sen} B + \operatorname{sen} C = \frac{m}{a};$$

ó bien

$$2 \operatorname{sen} \tfrac{1}{2}(B + C) \cos \tfrac{1}{2}(B - C) = \frac{m}{a};$$

$$\cos \tfrac{1}{2}(B - C) = \frac{m}{2a \operatorname{sen} 45°} = \frac{m}{\frac{2a\sqrt{2}}{2}} = \frac{m}{a\sqrt{2}}.$$

Por medio de tres logaritmos calculo $\cos \tfrac{1}{2}(B - C)$, y entonces

$$\tfrac{1}{2}B - \tfrac{1}{2}C = \lambda°;$$

$$\tfrac{1}{2}B + \tfrac{1}{2}C = 45°.$$

Sumando y restando tendremos sucesivamente B y C.

Y ahora, conociendo a y B, se calcula b y c y el área del triángulo, si esto se exige.

PROBLEMA. — *Conociendo el ángulo* B *y la diferencia* b — c, *calcular el triángulo* (rectángulo).

Se tiene, 1.º $C = 90^o - B$, y después

$$b = a \operatorname{sen} B; \quad c = a \operatorname{sen} C.$$

Restando $b - c = a(\operatorname{sen} B - \operatorname{sen} C)$, y

$$a = \frac{b-c}{\operatorname{sen} B - \operatorname{sen} C} = \frac{b-c}{2 \cos \tfrac{1}{2}(B+C) \operatorname{sen} \tfrac{1}{2}(B-C)}$$

$$= \frac{b-c}{2 \cos 45^o \operatorname{sen} \tfrac{1}{2}(B-C)};$$

$$a = \frac{b-c}{\sqrt{2} \operatorname{sen} \tfrac{1}{2}(B-C)}.$$

Se acaba de resolver el problema, aplicando fórmulas y procedimientos conocidos.

PROBLEMA. — *Conociendo un cateto* b *y la diferencia* B — C *de los ángulos, calcular el triángulo.*

$B + C$ es conocido, vale 90°; luego serán conocidos B y C puesto que la diferencia $B - C$ se da. El problema quedará resuelto en seguida.

EJERCICIOS DE ARTIFICIO. — Resolver los siguientes triángulos rectángulos con estos datos:

1, $a = 5134^m 17$; h (perpendicular desde el vértice del ángulo recto á la hipotenusa) $= 343^m 12$. 2, $h = 54^m 32$; $\frac{b}{c} = 1.712$. 3, $a = 2842^m 51$; $\frac{b}{c} = \frac{5}{6}$. 4, $a = 0^m 0567$; $\frac{B}{C} = 0{,}4$. 5, $b = 85^m 64$; $a + c = 204^m 56$. 6, $B = 37^o 26' 32''$; $b + c = 3000^m 05$. 7, $C = 73^o 17' 56''$; $a + b = 1000^m$. 8, $C = 2^o 07' 26''$; $a - b = 56^m 007$. 9, $b = 15^m$; $b + c - a = 8^m 56$. 10, $a = 10^m$; $B - C = 10^o 15' 32'',8$. 11, $a + b + c = 756^m 32$; $B - C = 2^o 17$. Habrá que adoptar esta fórmula: $a + b + c = a(\operatorname{sen} B + \operatorname{sen} C + 1)$. 12, $a + b + c = 2p = 71^m 8$; $\frac{b}{c} = 6.17$. 13, $S = 343^{m^2} 1786$; $a = 140^m 36$. 14, $b = 128^m 34$; $S = 658^{m^2} 3780$. 15, $B = 52^o 23' 38''$; $bc = 1004^{m^2} 36$ 16, $C = 23^o 27' 52''$; $ab = 56^{m^2} 38$. 17, Llamaremos R al radio del círculo circuncrito al triángulo y r el radio del círculo inscrito, y entonces expresaremos estos datos: $a = 573^m 152$; $R = 386^m 1507$. 18, $a = 0^m 78$; $r = 0^m 42$. 19, $b = 756^m 22$; $r = 492^m 18$. 20, $r = 24^m 36$; $B = 17^o 46' 15''$. 21, $r = 486^m 346$; $\frac{b}{c} = 1{,}28$. 22, $b = 200^m$; $R = 108^m$. 23, $2p = 5000^m 08$; $r = 1000^m 36$. 24, $2p = 128^m 57$; $\frac{a}{b+c} = \frac{5}{7}$. 25, $S = 256^{m^2} 7684$; $r = 76^m 16$.

ARTÍCULO II

TRIÁNGULOS OBLICUÁNGULOS — EJEMPLOS RESUELTOS

67. — 1.er CASO DE RESOLUCIÓN. — *Se conocen un lado y los ángulos adyacentes.*

DATOS	INCÓGNITAS
$a =$	$A =$
$B =$	$b =$
$C =$	$c =$
	$S =$

El ángulo A se halla de inmediato, puesto que $A + B + C = 180^{\circ}$; de donde $A = 180^{\circ} - (B + C)$.

FÓRMULA PARA HALLAR b: $\frac{b}{a} = \frac{\text{sen}\, B}{\text{sen}\, A}$, y de aquí $b = \frac{a \,\text{sen}\, B}{\text{sen}\, A}$.

Por lo tanto

$$\text{Log.}\, b = \text{Log.}\, a + \text{log. sen}\, B - \text{log. sen}\, A,$$

ó bien

$$\text{Log.}\, b = \text{Log.}\, a + \text{log. sen}\, B + C_0\, \text{log. sen}\, A.$$

Antes se había tildado A en el cuadro, ahora se tilda b.

FÓRMULA PARA HALLAR c: $\frac{c}{a} = \frac{\text{sen}\, C}{\text{sen}\, A}$; $c = \frac{a\, \text{sen}\, C}{\text{sen}\, A}$. Log. c = Log. a + log. sen C − log. sen A; donde no hay que emplear nada más que un logaritmo nuevo.

FÓRMULA PARA HALLAR EL ÁREA: $2S = \frac{a^2 \,\text{sen}\, B \,\text{sen}\, C}{\text{sen}\, A}$.

No se necesita ningún logaritmo nuevo.

2.º CASO. — *Se dan dos lados* b *y* c *y el ángulo comprendido* A, *encontrar* B, C, a *y* S.

.Fórmula para hallar B y C: $\frac{b-c}{b+c}=\frac{\operatorname{tg} {}^1/_2(B-C)}{\operatorname{tg} {}^1/_2(B+C)}$. De aquí sacamos,

$$\operatorname{tg} {}^1/_2(B-C)=\frac{b-c}{b+c}\operatorname{tg} {}^1/_2(B+C);$$

en que $B+C=180^\circ-A$. De manera que

$$\text{L.} \operatorname{tg} {}^1/_2(B-C)=\text{L.}(b-c)+\text{L.} \operatorname{tg} {}^1/_2(B+C)+C_0\,\text{L.}(b+c).$$

Conociendo

$${}^1/_2B+{}^1/_2C=k^0 \text{ y } {}^1/_2B-{}^1/_2C=h^0,$$

se conocerán, por medio de una suma y una resta, B y C.

La fórmula empleada lo fué así en el caso de ser $b>c$; si fuera al revés, $c>b$, se calcularía $C-B$, del mismo modo que antes, poniendo respectivamente $c-b$ y $C-B$ en vez de $b-c$ y $B-C$.

Fórmula usada para hallar a: $\frac{a}{b}=\frac{\operatorname{sen} A}{\operatorname{sen} B}$, cuyo uso conocemos por el caso anterior, y en donde empleamos tres logaritmos nuevos y un elemento calculado: el ángulo B. Hasta ahora hemos usado seis logaritmos distintos. (1)

Fórmula para hallar la superficie: $2S=bc\operatorname{sen} A$, fórmula de fácil aplicación y en que no se necesita sino un nuevo logaritmo.

68. Discusión del 2.º caso.—El procedimiento acabado de adoptar para resolver el triángulo es el que más se usa, y tal vez con razón, porque se llega al resultado sin ninguna clase de artificio.

---

(1) De las fórmulas $\frac{b}{a}=\frac{\operatorname{sen} B}{\operatorname{sen} A}$, $\frac{c}{a}=\frac{\cos C}{\cos A}$, se deduce $\frac{b+c}{a}=\frac{\cos 1/2\,(B-C)}{\operatorname{sen} 1/2\,A}$, utilizamos el logaritmo de $b+c$.

No obstante, hay métodos sino más sencillos, en cambio más elegantes para llegar al mismo fin.

1.er MÉTODO. — Se calculan B y C por el método anterior (tres logaritmos); después se tiene $\frac{b}{\operatorname{sen} B}=\frac{c}{\operatorname{sen} B}=\frac{a}{\operatorname{sen} A}$ y entonces

$$\frac{b+c}{\operatorname{sen} B+\operatorname{sen} C}=\frac{a}{\operatorname{sen} A}; \text{ de donde } a=\frac{(b+c)\operatorname{sen} A}{\operatorname{sen} B+\operatorname{sen} C};$$

lo que da

$$a=\frac{(b+c)\operatorname{sen} A}{2\operatorname{sen} {}^1/_2(B+C)\cos {}^1/_2(B-C)}=\frac{(b+c)\operatorname{sen} A}{2\cos {}^1/_2 A\cos {}^1/_2(B-C)},$$

puesto que siendo $A+B+C=180^\circ$, será ${}^1/_2(B+C)=90^\circ-{}^1/_2 A$. Además *(29)* $\operatorname{sen} A=2\operatorname{sen}\frac{A}{2}\cos\frac{A}{2}$; luego

$$a=\frac{(b+c)\,2\operatorname{sen}\frac{A}{2}\cos\frac{A}{2}}{2\cos\frac{A}{2}\cos\frac{1}{2}(B-C)}=\frac{(b+c)\operatorname{sen}\frac{A}{2}}{\cos\frac{1}{2}(B-C)}.$$

En esta fórmula se halla a con sólo dos logaritmos nuevos, puesto que el de $b+c$ fué ya empleado. Pero en cambio, para calcular el área no podemos usar ninguno de estos dos, lo que no sucedía así con los tres nuevos del método anterior: se utilizaban dos. Hay entonces una desventaja en este segundo método, fuera de la que encierra el mismo artificio y los elementos adoptados en la transformación final.

2.° MÉTODO. — Cuando se calculan los ángulos B y C hay una modificación que aparentemente encierra alguna facilidad. El quebrado $\frac{b-c}{b+c}$ se puede transformar en $\frac{1-\frac{c}{b}}{1+\frac{c}{b}}$. Hagamos $\frac{c}{b}=\operatorname{tg}\varphi$, de donde $\operatorname{Log.}\operatorname{tg}\varphi=\operatorname{Log.} c-\log. b$, y por lo tanto se conoce φ. Ahora,

$$\frac{b-c}{b+c}=\frac{1-\operatorname{tg}\varphi}{1+\operatorname{tg}\varphi}=\operatorname{tg}(45^\circ-\varphi);$$

luego

$$\operatorname{tg}(45^\circ - \varphi) = \frac{\operatorname{tg} {}^1/_2 (B - C)}{\operatorname{tg} {}^1/_2 (B + C)};$$

y como *(10)*

$$\operatorname{tg} {}^1/_2 (B + C) = \cot {}^1/_2 A,$$

resultará

$$\operatorname{tg} {}^1/_2 (B - C) = \operatorname{tg}(45^\circ - \varphi) \cot {}^1/_2 A.$$

Se halla $B - C$ con sólo dos logaritmos; pero en cambio calculamos φ con los dos logaritmos que aqui no usamos, son entonces cuatro logaritmos. No obstante, como estos dos últimos los adoptamos después en el cálculo del área, resulta siempre un beneficio de un logaritmo. Por ese lado, tiene ventaja el método; mas hay que fijarse que para hallar φ se debió buscar en las tablas el número (tg) de un logaritmo dado, lo que equivale á anular la economía anterior. En definitiva, la desventaja de la fórmula no es más que una cuestión de nemoctenia; pero bien vale su retentiva la elegancia del método.

3.er MÉTODO. — La modificación consiste en el cálculo del lado a sin valerse de elementos calculados. Se tiene $a = \sqrt{b^2 + c^2 - 2bc \cos A}$. Hacemos $bc \cos A = m^2$, donde usamos tres logaritmos. Después $a = \sqrt{b^2 + c^2 - 2m^2}$ en la que procedemos aritméticamente, bien que con visibles desventajas Salvamos el empleo de un elemento calculado, pero con algunas dificultades. Los logaritmos de b y c se utilizan en el cálculo del área; y por este lado el método tiene sus ventajas si lo combinamos con el anterior. El total de los logaritmos será, en tal caso, seis como en el segundo método.

Además, la expresión $b^2 + c^2 - 2bc \cos A$, puede hacerse calculable directamente por logaritmos. En efecto,

$$b^2 + c^2 - 2bc \cos A = b^2 + c^2 + 2bc - 2bc - 2bc \cos A$$
$$= (b + c)^2 - 2bc(1 + \cos A) = (b + c)^2 - 4bc \cos^2 {}^1/_2 A.$$

Haciendo $4bc \cos^2 {}^1/_2 A = \varphi^2$, ó $\varphi = 2 \cos {}^1/_2 A \sqrt{bc}$, resulta

$$a = \sqrt{(b + c)^2 - \varphi^2} = \sqrt{(b + c + \varphi)(b + c - \varphi)}.$$

Pero nada de esto intruduce mayores ventajas.

69. 3.er CASO. — *Se conocen los tres lados, hallar los tres ángulos y el área.*

FÓRMULAS PARA HALLAR LOS ÁNGULOS. — Se sabe que $a^2 = b^2 + c^2 - 2\,b\cos A$, y de aquí $\cos A = \dfrac{b^2 + c^2 - a^2}{2\,b\,c}$, en donde no puede aplicarse directamente el cálculo logarítmico. Salvemos la dificultad.

$$1 + \cos A = 1 + \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2\,b\,c} = \frac{2\,b\,c + b^2 + c^2 - a^2}{2\,b\,c}$$

$$= \frac{(b+c)^2 - a^2}{2\,b\,c} = \frac{(b+c+a)(b+c-a)}{2\,b\,c}.$$

Hagamos $b+c+a = 2p$, lo que da $b+c \quad a = 2p - 2a = 2(p-a)$; y como además *(31)* $1 + \cos A = 2\cos^2\dfrac{A}{2}$, resulta $2\cos^2\dfrac{A}{2} = \dfrac{2p \times 2(p-a)}{2bc}$, que simplificada, y extra yendo después la raíz cuadrada en ambos miembros, da

$$\cos\frac{A}{2} = \sqrt{\frac{p(p-a)}{bc}}.$$

Del mismo modo

$$\cos\frac{B}{2} = \sqrt{\frac{p(p-b)}{a\,c}}; \qquad \text{(M)}$$

$$\cos\frac{C}{2} = \sqrt{\frac{p(p-c)}{a\,b}}.$$

El problema queda resuelto con aplicación logarítmica; pero por lo que se verá en seguida, introduciremos el cálculo de los ángulos por medio de sus senos para emplear más tarde las tangentes. Se tiene

$$2\operatorname{sen}^2\frac{A}{2} = 1 - \cos A = 1 - \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2\,b\,c} = \frac{2bc - b^2 - c^2 + a^2}{2\,b\,c}$$

$$=\frac{a^2-(b-c)^2}{2bc}=\frac{(a+b-c)(a-b+c)}{2bc}.$$

Hagamos como antes $a+b+c=2p$, lo que da $a+b-c=2p(p-c)$; $a-b+c=2(p-b)$. Entonces,

$$2\operatorname{sen}^2\frac{A}{2}=\frac{2(p-c)\times 2(p-b)}{2bc},$$

que simplificando y modificando da

$$\operatorname{sen}\frac{A}{2}=\sqrt{\frac{(p-b)(p-c)}{bc}}.$$

Y por analogía

$$\operatorname{sen}\frac{B}{2}=\sqrt{\frac{(p-a)(p-c)}{ac}}; \qquad \text{(N)}$$

$$\operatorname{sen}\frac{C}{2}=\sqrt{\frac{(p-a)(p-b)}{ab}}.$$

Y finalmente

$$\operatorname{tg}\frac{A}{2}=\frac{\operatorname{sen}\frac{A}{2}}{\cos\frac{A}{2}}=\sqrt{\frac{(p-b)(p-c)}{bc}}:\sqrt{\frac{p(p-a)}{bc}}$$

$$=\sqrt{\frac{(p-b)(p-c)}{bc}:\frac{p(p-a)}{bc}};$$

de aquí

$$\operatorname{tg}\frac{A}{2}=\sqrt{\frac{(p-b)(p-c)}{p(p-a)}}.$$

Y también

$$\operatorname{tg}\frac{B}{2}=\sqrt{\frac{(p-a)(p-c)}{p(p-b)}}; \qquad \text{(P)}$$

$$\operatorname{tg}\frac{C}{2}=\sqrt{\frac{(p-a)(p-b)}{p(p-c)}}.$$ (1)

PRINCIPIO: *Cuando se desee calcular los tres ángulos del triángulo debe emplearse el grupo* (P).

En efecto, en la aplicación de este grupo no se necesita nada más que cuatro logaritmos, los mismos que después se emplearán para el área $S=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$. En el grupo (N) se necesitan seis logaritmos y en el (M) siete.

EJERCICIO. — Para calcular un ángulo sólo, ¿qué fórmula conviene emplear? ¿En este caso, tiene comprobación el resultado?

FÓRMULA DE LA SUPERFICIE. — Vamos á deducirla trigonométricamente. Se tiene *(63)*

$$2S=ab\operatorname{sen}C,$$

de donde *(29)*

$$2S=ab\times 2\operatorname{sen}\frac{C}{2}\cos\frac{C}{2};$$

$$S=ab\times\operatorname{sen}\frac{C}{2}\cos\frac{C}{2}.$$

Sustituyendo por $\operatorname{sen}\frac{C}{2}$ y $\cos\frac{C}{2}$ sus valores antes obtenidos, se halla

$$S=ab\times\sqrt{\frac{(p-a)(p-b)}{ab}}\times\sqrt{\frac{p(p-c)}{ab}}$$

(1) Hemos tomado únicamente los signos + de los radicales porque siendo $A<180^{\circ}$, será $1/2\,A<90^{\circ}$ y entonces (7) todas las líneas trigonométricas de $1/2\,A$, lo mismo que de $1/2\,B$ y $1/2\,C$ son positivas.

$$= a\,b \times \sqrt{\frac{p\,(p-a)\,(p-b)\,(p-c)}{a^2\,b^2}}$$

$$= a\,b \times \frac{\sqrt{p\,(p-a)\,(p-b)\,(p-c)}}{a\,b}, \text{ y}$$

$$S = \sqrt{p\,(p-a)\,(p-b)\,(p-c)} \qquad \text{(Q)}$$

NOTAS. — I. *Todos los radicales deducidos en este número son reales.* Para demostrarlo basta probar que una diferencia cualquiera, $p-a$ por ejemplo, es positiva. En efecto, es así, puesto que

$$p - a = \frac{a}{2} + \frac{b}{2} + \frac{c}{2} - \frac{2a}{2}$$

$$= \frac{b+c}{2} - \frac{a}{2}; \text{ pero } b+c > a, \text{ luego } \frac{b+c}{2} > \frac{a}{2},$$

luego

$$p - a = \frac{b+c}{2} - \frac{a}{2} > 0.$$

II. Los radicales $\sqrt{\frac{(p-b)\,(p-c)}{b\,c}}$ y $\sqrt{\frac{p\,(p-a)}{b\,c}}$ que expresan el primero un seno y el segundo un coseno, deben ser menores de 1, lo que equivale á decir que sus logaritmos son negativos. Son menores que 1, porque siendo $a < b+c$ será $a+b+c < 2\,b+2\,c$, $2p < 2\,b+2\,c$, $p < b+c$; y siendo esto así, será también $p^2-(b+c)p<0$, $p^2-(b+c)p+b\,c < b\,c$, $(p-b)\,(p-c) < b\,c$, y por lo tanto $\frac{(p-b)\,(p-c)}{b\,c} < 1$ y $\sqrt{\frac{(p-b)\,(p-c)}{b\,c}} < 1$.

Para probar que $p\,(p-a) < b\,c$ seguiremos otro procedimiento. Se cumplirá $p\,(p-a) < b\,c$, siempre que se verifique $\frac{(b+c+a)}{2}\,\frac{(b+c-a)}{2} < b\,c$, ó $(b+c+a)\,(b+c-a)$

$< 4bc$, ó $(b+c)^2 - a^2 < 4bc$, ó $a^2 - (b-c)^2 > 0$, ó $(a+b-c)(a-b+c) > 0$, lo que se cumple según hemos visto en la NOTA anterior.

III. Tanto en las fórmulas de los triángulos rectángulos como en la de los oblicuángulos, referente al área, siempre hemos calculado la doble con excepción de la (Q), que se calculó la simple.

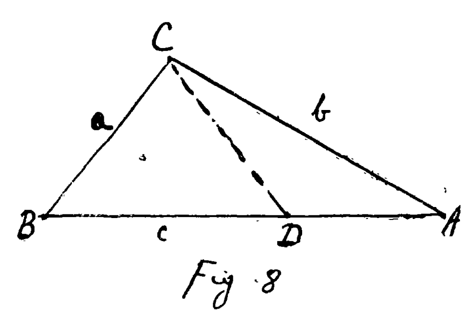
EJERCICIO. — ¿En qué consiste la ventaja de calcular la fórmula $2S = bc \operatorname{sen} A$ en vez de $S = \frac{1}{2} bc \operatorname{sen} A$?

70. 4.º CASO. — *Calcular un triángulo conociendo dos lados* a *y* b *y el ángulo* A *opuesto á uno de ellos.*

FÓRMULA PARA HALLAR EL ÁNGULO B: $\frac{a}{b} = \frac{\operatorname{sen} A}{\operatorname{sen} B}$ de donde sen $B = \frac{b \operatorname{sen} A}{a}$ y

$$\text{Log. sen } B = \text{Log. } b + \text{log. sen } A + C_0 \text{log. } a.$$

DISCUSIÓN. — Para concretarnos al caso ocurrente, diremos que un seno pertenece á dos ángulos suplementarios *(11)*: tan es $\frac{1}{2}$ seno de 30° como lo es de 150°. Además un ángulo de un triángulo puede tener valores entre 0 y 180° exclusives. De aquí deducimos sencillamente que el ángulo B expresado por su seno puede ser el de las Tablas ó su suplemento. Pero si el ángulo A que se nos da fuera recto ú obtuso, claro está que el ángulo B tendría que ser necesariamente agudo: su valor sería el que diesen las Tablas. En el 1.er caso el problema es indeterminado, en el segundo no; pero en este supuesto no hay que olvidar que siendo $A \overline{\geq} 90°$, debe ser también $a \overline{\geq} b$, de lo contrario el problema sería imposible. En la primera hipótesis, de $A < 90°$, podría suceder que hubiese imposibilidad en la resolución del triángulo; y la habría siempre que la perpendicular $b \operatorname{sen} A$ trazada desde C (fig. 8) al lado c, fuera igual ó mayor que a. Por otra parte, la indeterminación anunciada se refiere á dos soluciones únicamente: el triángulo ABC y el ADC en que $CD = BC$.



71. APLICACIONES NUMÉRICAS EN TRIÁNGULOS OBLICUÁNGULOS: 1.er CASO. — *(Tablas de Dupuis).*

DATOS	RESULTADOS
$a = 35^{M}42$	$A =$
$B = 48^{\circ}\ 52'\ 13''$	$b =$
$C = 75^{\circ}\ 18'\ 25''$	$c =$
	$S =$

El ángulo

$$A = 180^{\circ} - (B + C) = 180^{\circ} - (48^{\circ}\ 52'\ 13'' + 75^{\circ}\ 18'\ 25'')$$
$$= 180^{\circ} - 124^{\circ}\ 10'\ 38'' = 55^{\circ}\ 49'\ 22''.$$

Escríbase este valor en el cuadro encabezado por RESULTADOS.

FÓRMULA PARA HALLAR b:

$$\frac{b}{a} = \frac{\operatorname{sen} B}{\operatorname{sen} A};\ b = \frac{a \operatorname{sen} B}{\operatorname{sen} A}.$$

$$\begin{aligned} \text{Log. } a \ldots\ldots\ldots &= 1'5492486 \\ \text{Log. sen } B \ldots\ldots &= \bar{1}'8769231 \\ C_0 \text{ Log. sen } A \ldots &= 0'0823349 \\ \hline & \ 1'5085066 \\ b = 32^{m}2483. \qquad & \ 28 \\ \hline & \ 38 \end{aligned}$$

Escríbase este valor de b en la columna respectiva. (1)

FÓRMULA PARA HALLAR c:

$$\frac{c}{a} = \frac{\operatorname{sen} C}{\operatorname{sen} A};\ c = \frac{a \operatorname{sen} C}{\operatorname{sen} A}.$$

(1) Como en los datos la aproximación sólo es hasta centímetros, se puede escribir $32^{m}25$ en vez del número hallado.

	1′5492486
Log. sen C .... =	$\bar{1}$′9855605
	0′0823349
	1′6171440
$c = 41^m 4137$.	367
	73

FÓRMULA PARA HALLAR EL ÁREA:

$$2\,S = \frac{a^2 \operatorname{sen} B \operatorname{sen} C}{\operatorname{sen} A}.$$

2 Log. a ...... =	3′0984972
	$\bar{1}$′8769231
	$\bar{1}$′9855605
	0′0823349
	3′0433157
1104,88143	2837
	320
$2\,S = 1104.8814$	3144
$S = 552^{m^2} 4407$	56
	393
	167
	1572
	98

2.º CASO. — *Dados dos lados* a = 3246 ^{m}927, b = 2854 ^{m}031 *y el ángulo comprendido* C = 48° 45′ 02″.5, *hallar los demás elementos del triángulo, incluyendo el área.*

PEQUEÑOS CÁLCULOS PREPARATORIOS: $A + B = 180° - C = 131° \, 14' \, 57''.5$; $\frac{1}{2}(A + B) = 65° \, 37' \, 28''.75$; $a - b = 392.896$; $a + b = 6100.958$.

FÓRMULAS PARA CALCULAR LOS ÁNGULOS A Y B:

$$\frac{a-b}{a+b}=\frac{\text{tg}\,{}^1/_2\,(A-B)}{\text{tg}\,{}^1/_2\,(A+B)};\ \text{tg}\,{}^1/_2\,(A-B)=\frac{(a-b)\,\text{tg}\,{}^1/_2\,(A+B}{a+b}.$$

$$\begin{array}{lr} \text{Log.}\,(a-b)\ldots\ldots\ldots & =2'5942776 \\ \text{Log. tg}\,{}^1/_2\,(A+B)\ldots & =0.3438046 \\ \hline {}^1/_2\,(A-B)=8^{\circ}\,05'21''.26 \qquad & 2'9380822 \\ \text{Log.}\,(a+b)\ldots\ldots\ldots & =3'7853981 \\ \hline \text{Log. tg}\,{}^1/_2\,(A-B)\ldots & =\bar{1}'1526841 \end{array}$$

Ahora:

$$\begin{array}{ll} {}^1/_2\,A+{}^1/_2\,B\ \ldots & =65^{\circ}\,37'\,28'',75 \\ {}^1/_2\,A-{}^1/_2\,B\ldots & =\ \ 8^{\circ}\,05'\,21'',26 \\ \hline A\ \ldots\ldots\ldots\ldots & =73^{\circ}\,42'\,50''.01 \text{ (Se ha hecho una suma)} \\ B\ \ldots\ldots\ldots\ldots & =57^{\circ}\,32'\,07''.49 \text{ (Se ha hecho una resta)} \end{array}$$

FÓRMULA PARA HALLAR c:

$$\frac{c}{a}=\frac{\text{sen}\,C}{\text{sen}\,A};\ c=\frac{a\,\text{sen}\,C}{\text{sen}\,A},\ \text{y}$$

$c=2543^{m}247$, cuyo valor calculará el estudiante.

FÓRMULA PARA HALLAR EL ÁREA: (Escríbala el estudiante y haga la aplicación logarítmica correspondiente). $S=348^{H}3622^{m^2}580645$.

3.er CASO. — $a=3246^{m}927$, $b=2854\,.\,031$, $c=2543\,.\,246$ — hallar A, B, C y S.

$$\begin{array}{rll} 2p & =8644\,.\,204 & \text{Logs.} \\ p & =4322\,.\,102\ldots & 3'6356950 \\ p-a & =1075\,.\,175\ldots & 3'0314792 \\ p-b & =1468\,.\,071\ldots & 3'1667471 \\ p-c & =1778\,.\,856\ldots & 3'2501508 \end{array}$$

FÓRMULA PARA CALCULAR A:

$$\operatorname{tg} \tfrac{1}{2} A = \sqrt{\frac{(p-b)(p-c)}{p(p-a)}} \, ;$$

		3'1667471
		3'2501508
	C_0 Log. p . . . . . . =	$\overline{4}$'3643050
	C_0 Log. $(p-a)$. =	$\overline{4}$'9685208
$\tfrac{1}{2} A = 36^\circ\ 51'\ 25''.11$		$\overline{1}$'7497237
$A = 73^\circ\ 42'\ 50''.22$		$\overline{1}$'8748618
	$36^\circ\ 51'\ 20'' + 5''.11$	348
		270
		219.0
		51.0
		43.8
		7.2

EJERCICIO. — Calcule el estudiante los demás elementos pedidos.

4.° CASO (caso dudoso). — *Resolver el triángulo y hallar su área, conociendo:*

$$a = 2199^{m}12; \quad b = 2513^{m}28; \quad A = 27^\circ\ 47'\ 44'',77.$$

CÁLCULO DE B

$$\operatorname{sen} B = \frac{b \operatorname{sen} A}{a} \, .$$

Log. b.	= 3. 4002409
Log. sen A	= $\overline{1}$' 6686853
C_{10} Log. a.	= 6' 6577511
Log. sen B	= $\overline{1}$' 7266773

El problema tiene dos soluciones *(70)*.

$$B = 32^\circ\ 12'\ 15'',23;$$

$$B = 147^\circ\ 47'\ 44'',77.$$

CÁLCULO DE C

$C = 180^\circ - (A + B)$	$C = 180^\circ - (A + B)$
$A = 27^\circ\ 47'\ 44'',77$	$A = 27^\circ\ 47'\ 44'',77$
$B = 32^\circ\ 12'\ 15'',23$	$B = 147^\circ\ 47'\ 44'',77$
$A + B = 60^\circ\ 00'\ 00'',00$	$A + B = 175^\circ\ 35'29'',54$
$C = 120^\circ\ 00'\ 00'',00$	$C = 4^\circ\ 24'\ 30'',46$

CÁLCULO DE c

$$c = \frac{a \operatorname{sen} C}{\operatorname{sen} A}$$

Log. a............. = 3.3422489	Log. a............. = 3'3422489
Log. sen C......... = $\overline{1}$'9375306	Log. sen C......... = $\overline{2}$'8857358
C_{10} Log. sen A... . = 10'3313147	C_{10} Log. sen A ..... = 10'3313147
3'6110942	2.5592994
$c = 4084^m 08$	$c = 362^m 493$

CALCULO DE S

$2S = a\,b \operatorname{sen} C$	$2S = a\,b \operatorname{sen} C$
3'3422489	3'3422489
3'4002409	3'4002409
$\overline{1}$'9375306	$\overline{2}$'8857358
6'6800204	5'6282256
$S = 239^H 3262^{m^2} 7778$	$S = 21^H 2420^{m^2} 0980$

72. Resoluciones de artificio (Triángulos oblicuángulos). — Problema. *Se conoce la altura* h, *la base* a *y el ángulo opuesto* A, *hallar los demás elementos del triángulo.*

Se tiene $2S = a\,h = b\,c \operatorname{sen} A$, de donde $b\,c = \dfrac{a\,h}{\operatorname{sen} A}$: se conoce así *el producto* de las dos incóguitas b y c. Tratemos ahora de hallar *su suma.*

Se sabe que

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2\,b\,c \cos A = b^2 + c^2 + 2\,b\,c - 2\,b\,c - 2\,b\,c \cos A$$

$$= (b + c)^2 - 2\,b\,c\,(1 + \cos A) = (b + c)^2 - \frac{2\,a\,h}{\operatorname{sen} A} \times 2 \cos^2 {}^1\!/_2\, A$$

$$=(b+c)^2-\frac{4\,a h \cos^2 {}^1/_2\,A}{\operatorname{sen} A}=(b+c)^2-\frac{4\,a\,h\cos^2 {}^1/_2\,A}{2\operatorname{sen} {}^1/_2\,A\cos {}^1/_2\,A}$$

$$=(b+c)^2-2\,a\,h\cot {}^1/_2\,A.$$

De donde

$$(b+c)^2=a^2+2\,a\,h\cot {}^1/_2\,A=a^2\left[1+\frac{2\,h\cot {}^1/_2\,A}{a}\right].$$

Hagamos $\frac{2\,h\cot {}^1/_2\,A}{a}=\operatorname{tg}^2\varphi$, y entonces $(b+c)^2=a^2(1+\operatorname{tg}^2\varphi)$ $=a^2\sec^2\varphi=\frac{a^2}{\cos^2\varphi}$; de donde, por último, $b+c=\frac{a}{\cos\varphi}$.

Si suponemos $\frac{a\,h}{\operatorname{sen} A}=q$ y $\frac{a}{\cos\varphi}=p$, la ecuación

$$x^2-p\,x+q=0,$$

determina los valores de b y c, que son las propias raíces de ella.

Después se acaba de calcular el triángulo por los métodos corrientes.

Se puede emplear otro método. La perpendicular h determina sobre el lado a dos segmentos $h\cot B$ y $h\cot C$, de donde obtenemos

$$a=h(\cot B+\cot C)=h\frac{\operatorname{sen}(B+C)}{\operatorname{sen} B\operatorname{sen} C}=h\frac{\operatorname{sen} A}{\operatorname{sen} B\operatorname{sen} C}$$

$$=\frac{2h\operatorname{sen} A}{\cos(B-C)-\cos(B+C)}=\frac{2h\operatorname{sen} A}{\cos(B-C)+\cos A};$$

y por lo tanto

$$a\cos(B-C)+a\cos A=2h\operatorname{sen} A;\ \cos(B-C)=\frac{2h\operatorname{sen} A}{a}-\cos A.$$

Haremos viable esta expresión para el cálculo logarítmico, suponiendo $\frac{2h}{a}=\cot\varphi$, y entonces

$$\cos(B-C)=\frac{\cos\varphi\operatorname{sen} A}{\operatorname{sen}\varphi}-\cos A=\frac{\cos\varphi\operatorname{sen} A-\operatorname{sen}\varphi\cos A}{\operatorname{sen}\varphi}$$

$$=\frac{\operatorname{sen}(A-\varphi)}{\operatorname{sen}\varphi}.$$

Conociendo B y C se sigue el cálculo, como sabemos ya.

PROBLEMA. — *Resolver un triángulo conociendo el lado* a, *la altura correspondiente* h *y la diferencia* B — C *de los dos ángulos adyacentes.*

La expresión $\cos(B - C) = \frac{2h \operatorname{sen} A}{a} - \cos A$ empleada en el problema anterior nos deja ver ya el método que debemos usar. Tenemos, después de hacer $\frac{2h}{a} = \cot \varphi$

$$\cos(B - C) = \frac{\operatorname{sen}(A - \varphi)}{\operatorname{sen} \varphi},$$

de donde

$$\operatorname{sen}(A - \varphi) = \cos(B - C) \operatorname{sen} \varphi.$$

DISCUSIÓN.— Sabemos por la hipótesis de $\frac{2h}{a} = \cot\varphi$, que $\varphi < 90^o$ y > 0 y además $A > 0$ y $< 180^o$, entences $A - \varphi > -90^o$ y $< 180^o$, y de aquí $\operatorname{sen}(A - \varphi) < 0$ y > 0. En el primer caso, $\operatorname{sen}(A - \varphi) < 0$, que resultaría de ser $\cos(A - C)$ negativo, tendremos $A - \varphi = -\alpha$, de donde $A = \phi - \alpha$, valor perfectamante admisible siempre que $\varphi - \alpha$ sea positivo.

Cuando sea $\operatorname{sen}(A - \varphi > 0$, dentro de los límites correspondientes á los valores de los senos, se tendrá $A - \varphi$ igual á α, obtenido directamente de las tablas, ó á $180^o - \alpha$ que tiene el mismo seno; en el primer supuesto $A - \varphi = \alpha$ y $A = \varphi + \alpha$, valor siempre admisible; en el segundo supuesto $A - \varphi = 180^o - \alpha$ y $A = 180^o + \varphi - \alpha$, aceptable únicamente cuando sea $180^o + \varphi - \alpha < 180^o$ ó $\varphi - \alpha < 0$.

PROBLEMA. — *Resolver un triángulo conociendo sus tres alturas* h, h' *y* h''.

Tenemos que ah, bh' y ch'' expresan cada una la superficie doble del triángulo, luego

$$ah = bh' = ch'', \text{ ó } \frac{a}{\frac{1}{h}} = \frac{b}{\frac{1}{h'}} = \frac{c}{\frac{1}{h''}}.$$

Haciendo $\frac{1}{h} = \alpha$, $\frac{1}{h'} = \beta$, $\frac{1}{h''} = \gamma$, resulta $\alpha h = \beta h' = \gamma h''$; y por lo tanto, dividiendo las primeras igualdades por estas últimas $\frac{a}{\alpha} =$

Presupuesto

Á CARGO DE RENTAS UNIVERSITARIAS PARA EL EJERCICIO 1913-1914

PLANILLAS ORDENADAS Y CÁLCULO DE RECURSOS

PRESENTADO POR LA CONTADURÍA DE LA UNIVERSIDAD, SEGÚN LOS PRESUPUESTOS APROBADOS POR LOS RESPECTIVOS CONSEJOS UNIVERSITARIOS

PRESUPUESTO DE GASTOS PARA EL EJERCICIO 1913-14

A cargo de Rentas Universitarias y de Economías en el Presupuesto General, formulado de acuerdo y en uso de la facultad administrativa acordada á las autoridades universitarias por el artículo 41 é inciso 6.º del 34 de la ley de 14 de Julio de 1885 y 13, inciso *B* y 16 de la ley de 31 de Diciembre de 1908, — en cuanto á las Rentas Universitarias, — y delegada por el decreto del Poder Ejecutivo de 23 de Febrero de 1907, en cuanto á Economías.

Á cargo de Rentas Universitarias

PLANILLA N.º 1

Facultad de Derecho y Ciencias Sociales

Rubro	1. — Remuneración de sustitutos.	$	6.500 00		
»	2. — Gastos de clases	»	100 00		
»	3. — Impresión de revistas. . .	»	800 00		
	(GASTOS REGLAMENTARIOS)				
Rubro	4. — Cuotas de examinadores. .	»	950 00		
»	5. — Devolución de impuestos .	»	450 00		
»	6. — Devoluciones por premio .	»	100 00	$	8.900 00

PLANILLA N.º 2

Facultad de Medicina

1.ª SECCIÓN

Oficinas centrales y Medicina en general

Rubro	1. — Libros y Revistas	$ 3.500 00	
»	2. — Encuadernaciones	» 240 00	
»	3. — Aparatos y materiales, Laboratorios, etc . .	» 6.500 00	
»	4. — Gastos de Laboratorios, clases, etc.	» 6.500 00	
»	5. — Mobiliarios de clases, etc . .	» 3.500 00	
»	6. — Impresión Revista	» 3.600 00	

(GASTOS REGLAMENTARIOS)

Rubro	7. — Cuotas de Examinadores . .	» 2.200 00	
»	8. — Devolución de impuestos . .	» 800 00	
»	9. — Devolución por premio . . .	» 200 00	$ 27.040 00

2.ª SECCIÓN

Instituto de Higiene

Rubro	1. — Libros y Revistas	$ 500 00	
»	2. — Aparatos y materiales, Laboratorios, etc . .	» 300 00	
»	3. — Gastos de Laboratorios, clases, etc	» 1.000 00	
»	4. — Mobiliario de clases, etc . .	» 250 00	

Rubro 5. — Excursiones de estudio . . .	$ 100 00			
» 6. — Gastos de establo, criadero y adquisición de animales . .	» 2.400 00	$ 4.550 00		

3.ª SECCIÓN

Instituto de Química

Rubro 1. — Libros y Revistas	$ 360 00			
» 2. — Encuadernaciones	» 60 00			
» 3. — Aparatos y materiales, Laboratorios, etc . .	» 200 00			
» 4. — Gastos de Laboratorios . . .	» 360 00			
» 5. — Sueldos de Ayudantes y Preparadores:				
1) Auxiliar de Toxicología (10 meses) . . .	» 300 00			
2) Auxiliar de Física Farmacéutica (10 meses)	» 300 00			
3) Auxiliar de Química Ampliada (10 meses)	» 300 00			
4) Auxiliar de Farmacia Química (10 meses)	» 300 00			
5) Auxiliar de Farmacia Galénica (10 meses	» 300 00	» 2.480 00	$ 34.070 00	

PLANILLA N.º 3

Facultad de Matemáticas

Rubro 1. — Remuneración de sustitutos.		$ 3.600 00	
» 2. — Libros y Revistas. . . .		» 5.500 00	
» 3. — Encuadernaciones		» 1.000 00	
» 4. — Aparatos y materiales, Laboratorios, etc..		» 6.500 00	
» 5. — Gastos de Laboratorios, clases, etc.		» 2.000 00	
» 6. — Mobiliario de Laboratorios, clases etc..		» 2.500 00	
» 7. — Excursiones de estudio . .		» 2.000 00	
» 8. — Sueldos de Ayudantes y Preparadores:			
1) Ayudante de clase Electrotécnica . . .	$ 600 00		
2) Oficial Electricista, Laboratorio Electrotécnica . . .	» 480 00	» 1.080 00	
(GASTOS REGLAMENTARIOS)			
Rubro 9. — Cuotas de Examinadores. .		» 1.000 00	
» 10. — Devolución de impuestos. .		» 400 00	
» 11. — Devolución por premio . .		» 150 00	$ 23.730 00

PLANILLA N.º 4

Sección de Enseñanza S. y Preparataria

Rubro 1. — Remuneración, Encargados de grupos.	$ 34.000 00
» 2. — Libros y Revistas. . . .	» 3.000 00
» 3. — Encuadernaciones	» 500 00
» 4. Aparatos y material Laboratorios, etc.	» 1.000 00
» 5. — Gastos de Laboratorios, clases, etc.	» 1.000 00

Rubro 6. — Mobiliario de Laboratorios, clases, etc.		$ 1.000 00	
» 7. — Sueldos de Ayudantes y Preparadores:			
1) Ayudante de Física . . .	$ 360 00		
2) Ayudante de Química. . .	» 360 00		
3) Profesor suplente, 8 meses á $ 80.00 . .	» 640 00	» 1.360 00	

(GASTOS REGLAMENTARIOS)

Rubro 8. — Cuotas de Examinadores y gastos Comisión Examinadora de Colegios habilitados	» 15.000 00	
» 9. — Devolución de impuestos .	» 4.000 00	
» 10. — Devoluciones por premio .	» 800 00	$ 62.660 00

PLANILLA N.° 5

Sección de Enseñanza S. y Preparatoria para Mujeres

Rubro 1. — Remuneración de sustitutos.	$ 2.500 00	
» 2. — Libros y Revistas. . . .	» 3.000 00	
» 3. — Encuadernaciones	» 200 00	
» 4. — Aparatos y material de Laboratorios, etc.	» 3.000 00	
» 5. — Cuotas de Examinadores. .	» 500 00	
» 6. — Devoluciones de impuestos .	» 100 00	
» 7. — Devoluciones por premio. .	» 100 00	» 9.400 00
TOTAL DE LOS PRESUPUESTOS Á C/RENTAS UNIVERSITARIAS		$ 138.760 00

Á cargo de Economías

PLANILLA N.° 6

Oficinas centrales

Rubro 1. — Impresiones, avisos, libros, etc., de Tesorería . . .		$ 480 00	
» 2. — Impresiones, avisos, etc., de Contaduría		» 300 00	
» 3. — Sueldos:			
1) Auxiliar de Contaduría . .	$ 480 00		
2) Auxiliar de Tesorería . .	» 480 00		
3) Portero . .	» 360 00	» 1.320 00	$ 2.140 00

PLANILLA N.° 7

Facultad de Derecho y Ciencias Sociales

Rubro 1. — Mobiliario y gastos de oficinas, Ordinarios y Eventuales	$ 3.500 00	
» 2. — 1) Catedrático Práctica Notarial	» 1.080 00	» 4.580 00

PLANILLA N.° 8

Facultad de Medicina

1.ª SECCIÓN

Oficinas Centrales y S. Generales

Rubro 1. — Mobiliario y gastos de oficinas, Ordinarios y Eventuales. .	$ 5.000 00	
» 2. — Gastos de calefacción . . .	» 900 00	
» 3. — Sueldos: Encargado del almacén	» 600 00	$ 6.500 00

2.ª SECCIÓN

Instituto de Higiene

Rubro 4.—Sueldos: Auxiliar de la Biblioteca	$ 300 00		

3.ª SECCIÓN

Instituto de Química

Rubro 5.—Mobiliario y gastos de oficina y varios eventuales. . .	» 480 00	$ 7.280 00	

PLANILLA N.º 9

Facultad de Matemáticas

Rubro 1.—Mobiliario y gastos de oficinas y ordinarios y eventuales		$ 7.000 00		
» 2.—Bolsas de viaje.		» 800 00		
» 3.—Sueldos:				
1) Catedrático de inglés, 3.º y 4.º año . . .	$ 1.200 00			
2) Catedrático de Geometría Descriptiva, 3.º año	» 1 080 00			
3) Peón de limpieza. . . .	» 360 00			
4) Peón de limpieza. . . .	» 360 00			
5) Peón de limpieza. . . .	» 360 00	» 3.360 00	» 11.160 00	

PLANILLA N.º 10

Sección de Enseñanza S. y Preparatoria

Rubro 1.—Mobiliario y gastos de oficinas y ordinarios y eventuales	$ 3.500 00	
» 2.—Remuneración sobre sueldos:		
1) Al peón de Historia Natural	» 180 00	» 3.680 00

PLANILLA N.º 11

Sección de Enseñanza S. y Preparatoria para Mujeres

Rubro 1. — Mobiliario y gastos de oficinas, ordinarios y eventuales	$ 1.500 00		
» 2. — Compra de máquinas de escribir para un curso de Dactilografía.	» 1.500 00		
» 3. — Sueldos:			
1) Auxiliar de Biblioteca .	» 300 00	$	3.300 00

PLANILLA N º 12

Becas

Rubro 1. — 4 becas á estudiantes egresados (Decreto 10 de Abril de 1913).	»	4.800 00
TOTAL DE LAS PLANILLAS Á CARGO DE «ECONOMÍAS» .	$	36.840 00

RESUMEN

Oficinas Centrales.	Planilla 6	C/Economías		$	2.040 00
	» 12	»		»	4.800 00
Facultad de Derecho y Ciencias Sociales	» 1	C/R. Univ.	$ 8.900 00		
	» 7	C/Economías	» 4 580 00	»	13.480 00
Facultad de Medicina. . . .	» 2	C/R. Univ.	$ 34.070 00		
	» 8	C/Economias	» 7.280 00	»	41.350 00
Facultad de Matemáticas . .	» 3	C/R. Univ.	$ 23.730 00		
	» 9	C/Economías	» 11.160 00	»	34.890 00
Sección de Enseñanza Secundaria y Preparatoria	» 4	C/R. Univ.	$ 62.660 00		
	» 10	C/Economías	» 3.680 00	»	66.340 00
Sección de E. S. y Preparatoria para mujeres	» 5	C/R. Univ.	$ 9.400 00		
	» 11	C/Economías	» 3.300 00	»	12.700 00
TOTAL DEL PRESUPUESTO.				$	175.600 00

CÁLCULO DE RECURSOS

Rentas Universitarias

Facultad de Derecho y Ciencias Sociales

Exámenes Reglamentados	$	1.678 50		
» Libres	»	843 00		
» Generales.	»	140 00		
Títulos	»	2.400 00		
Certificados de Capacidad Notarial . .	»	225 00		
Matrículas	»	1.368 50	$	6.655 00
Saldo probable á la liquidación del Ejercicio corriente			»	1.000 00
TOTAL.			$	7.655 00

Facultad de Medicina

Exámenes Reglamentados	$	4.740 00		
» Generales.	»	120 00		
Títulos	»	4.320 00		
Reválidas	»	960 00		
Cuotas por ejercicios sobre cadáveres .	»	264 00		
Matrículas	»	5.540 00		
Varios Eventuales	»	2 000 00		
Proventos Instituto de Higiene . . .	»	4.500 00	$	22.444 00
Saldo probable á la liquidación del Ejercicio corriente			»	8.000 00
TOTAL.			$	30.444 00

Facultad de Matemáticas

Exámenes Reglamentados	$	2.427 00		
» Libres	»	448 00		
Títulos	»	1.120 00		
Matrículas	»	2.613 00	$	6.608 00
Saldo probable á la liquidación del Ejercicio corriente			»	6.000 00
TOTAL.			$	12.608 00

Sección de E. Secundaria y Preparatoria

Exámenes Reglamentados	$ 10.290 00	
» Libres y de Ingreso . . .	» 31.300 00	
Títulos y Reválidas	» 1.750 00	
Matrículas	» 15.850 00	
TOTAL	$ 59.190 00	
Mitad que corresponde á Enseñanza Secundaria	$ 29.595 00	
Más: Reintegro Cuotas Examinadoras, etc., según resolución de 2 de Julio de 1910	» 19.800 00	$ 49.395 00
Saldo probable á la liquidación del Ejercicio corriente		» 6.000 00
TOTAL.		$ 55.395 00

Sección de Enseñanza Secundaria y Preparatoria para Mujeres

Mitad disponible de Rentas de Sección de Enseñanza (Artículo 16 de la ley de 31 de Diciembre de 1908	$ 9.795 00

CÁLCULO DE ECONOMÍAS

Sin base fija para calcularlas, pues dependen de hechos completamente variables y eventuales, y tomando por base simples probabilidades y á lo que alcanzaron en el año que vence, las estimo en $ 4.000,00 mensuales, ó sean	$ 48.000 00
Saldo probable que quedará libre al vencimiento del Ejercicio é integrará la previsión del entrante. .	» 50.000 00
TOTAL	$ 98.000 00

RESUMEN COMPARATIVO ENTRE LOS PRESUPUESTOS Y EL CÁLCULO DE RECURSOS

RENTAS UNIVERSITARIAS	Recursos	Presupuesto
Facultad de Derecho y Ciencias Sociales.	$ 7.655 00	$ 8.900 00
» » Medicina	» 30.444 00	» 34.070 00
» » Matemáticas.	» 12.608 00	» 23.730 00
Sección de Enseñanza Secundaria y Preparatoria	» 55.395 00	» 62.660 00
Sección de Enseñanza Secundaria y Preparatoria para Mujeres.	» 3.500 00	» 9.400 00
Mitad disponible de Enseñanza Secundaria para cubrir los déficits de las Facultades	» 9.795 00	—
Economias	» 98.000 00	» 36.820 00

Montevideo, Junio de 1913.

Señor Rector:

Conforme á lo dispuesto por el Reglamento de Rentas y para formular debidamente el cálculo de recursos que ha de servir de base á V. S. para el informe á que se refiere aquel Reglamento, he reunido en un solo documento los presupuestos presentados por las Facultades, y hecho la separación de los gastos que deben cubrirse con Rentas Universitarias y aquellos que por su naturaleza no pueden ser imputados á esas rentas sino en caso de excedente, y que no habiéndolo, sólo pueden pagarse con Economías.

Hecho eso, he practicado separadamente también, el cálculo de recursos procedentes de Rentas Universitarias, por Facultad, á los efectos de lo dispuesto en el artículo 16 de la ley de Diciembre 31 de 1908.

Por un resumen final se ve, después de esas operaciones, el Presupuesto de cada Facultad ó Sección, á cargo de Rentas Universitarias y los recursos con que cuenta para cubrirlos.

En el cálculo de recursos, he incluído los saldos presumibles que arrojará á favor de algunas dependencias, la liquidación del Ejercicio corriente, teniendo en cuenta los gastos que según probabilidades más ó menos fundadas respecto de gastos futuros en el Ejercicio en curso y algunas autorizaciones especiales que habrán de revalidarse para el próximo, por tratarse de obligaciones contraídas. Estas autorizaciones, como otras que por su naturaleza deben pasar de un Ejercicio á otro, las someteré á V. S. para la revalidación correspondiente una vez vencido y liquidado el corriente.

En cuanto al cálculo de recursos de Enseñanza Secundaria para Mujeres, no pueden tomarse por base las entradas del Ejercicio corriente, pues no comprenden más que una parte de los impuestos á producir: las matrículas del año en curso, que corresponden sólo al primero de estudios.— En el año corriente tendrá además las matrículas del segundo año y los derechos de exámenes.

En el presupuesto que he formulado, no se incluyen los gastos para los cuales existe crédito especial en la ley de Presupuesto, de manera que sólo comprende los gastos á cargo de Economías ó de Rentas Universitarias y que cada dependencia dispondrá en el año, además de los créditos á que este presupuesto se refiere, en cuanto sean aprobados, los que dispone por mandato expreso de la ley de Presupuesto (artículo 35, párrafo 3.º del Reglamento de Rentas).

Esos créditos son los siguientes:

Oficinas centrales

Gastos de Secretaría, Anales y Eventuales. . . .	$	3.300 00
» » Contaduría.	»	600 00

Gastos de Tesorería	$	360 00
Asignación quebrantos de Tesorero	»	240 00
Dos becas ó premios	»	2.400 00
TOTAL	$	6.900 00

Facultad de Derecho y Ciencias Sociales

Libros y Revistas, Biblioteca	$	8.000 00

Facultad de Medicina

Gastos Laboratorios Anatomía. Fisiología, Clínica Laboratorios, etc.	$	2.980 00
» » Instituto Química	»	300 00
» » y varios del Instituto Higiene	»	3.720 00
TOTAL	$	7.000 00

Facultad de Matemáticas

Gastos de oficina, etc., limpieza	$	1.920 00
» » laboratorios y talleres	»	1.200 00
» » Instituto E. de Materiales	»	10.000 00
» » combustible de materiales	»	250 00
» » laboratorios Instituto de Máquinas	»	10.000 00
TOTAL	$	23.370 00

Sección de Enseñanza Secundaria y Preparatoria

Gastos de gabinetes, laboratorios, etc	$	600 00
» » oficinas, etc	»	300 00
» » biblioteca, libros y revistas	»	600 00
TOTAL	$	1.500 00

Honorable Consejo:

En cumplimiento de lo dispuesto por el artículo 10 del Reglamento de Rentas, elevo al Honorable Consejo los presupuestos presentados por las distintas dependencias de la Universidad, conforme á lo dispuesto en el artículo 9.o del mismo Reglamento y el correspondiente cálculo de recursos, todo lo cual resulta del cuadro especial formulado por la Contaduría.

Los presupuestos presentados por las Facultades y Secciones, se han dividido en dos partes, destinando una planilla para aquellos gastos que por su naturaleza serían á cargo de Rentas Universitarias, y la otra para los demás gastos, para los cuales no pueden aplicarse aquéllas según la ley, y que por eso se cargan á Economías, única fuente á que puede recurrirse para atenderlos, dado que las Rentas Universitarias no dejan excedente. (Artículo 7.o de la Ley de Presupuesto de 29 de Julio de 1908 y 8.o de la ley de 16 de Julio último).

En el resumen general se establece el monto del presupuesto de cada dependencia, reunidas las dos planillas en que cada uno se ha dividido, á objeto de hacer un cómputo general de los gastos presupuestados.

Como lo observa la Contaduría, á los gastos á que ese resumen se refiere, habría que agregar para fijar la cifra á que se elevan los gastos previstos de cada repartición, las partidas que figuran en la Ley de Presupuesto y entonces se tienen las siguientes sumas:

Oficinas Centrales.	$	6.540 00
Facultad de Derecho y Ciencias Sociales	»	21.480 00
» » Medicina.	»	48.350 00
» » Matemáticas	»	58.260 00
Sección de Enseñanza Secundaria y Preparatoria .	»	66.340 00
» » » para Mujeres.	»	14.200 00
Becas.	»	7.200 00

Respecto de las rentas Universitarias, las atribuciones del Honorable Consejo se limitan, según el referido artículo 10, á examinar si los gastos exceden ó no del haber disponible de cada Facultad ó Sección: puede en cuanto exceden, reducirlos ó suprimirlos.

Como se ve, por el resumen hecho después del cálculo de Recursos, todos los presupuestos, en cuanto son imputables á Rentas Universitarias, exceden de lo disponible.

Si el Honorable Consejo deseara mantener las partidas propuestas, el equilibrio podría mantenerse cargando á Economías gastos que en rigor corresponden pagarse con Rentas Universitarias, dado que por ahora hay Economías suficientes, y para ese efecto

PROPONGO:

1.° Que los rubros que aparecen en los presupuestos de Derecho y Medicina para impresión de Revista, se carguen á Economias; son:

Facultad de Derecho.	$	800 00		
» » Medicina	»	3.600 00	$	4.400 00

2.° Que los rubros «Sueldos de Ayudantes y Preparadores», que figuran en algunos presupuestos, se carguen también á Economias; son:

Facultad de Medicina	$	1.500 00		
» » Matemáticas . . .	»	1.080 00		
Sección de Enseñanza Secundaria y Preparatoria	»	1.360 00	»	3.940 00

3.° Que los rubros «Remuneración de sustitutos» de la planilla de la Facultad de Matemáticas y de la Sección Enseñanza Secundaria para Mujeres, se cargue también á Economías; son:

Facultad de Matemáticas . . .	$	3.600 00
Sección de Enseñanza Secundaria y Preparatoria para Mujeres .	»	2.500 00



Y un complemento de $ 14.000,00 para descargar el mismo rubro en Enseñanza Secundaria y Preparatoria á utilizarse después de agotado el saldo	$ 14.000 00	$ 30.100 00
4.º Que se cargue igualmente á Economías el rubro «Libros y Revistas» de la planilla correspondiente á la Sección de Enseñanza Seeundaria para Mujeres; son		» 3.000 00
IMPORTA lo que se agrega al rubro «Economías» para aliviar los presupuestos á c/Rentas Universitarias		$ 41.440 00
5.º Que se asigne á la Facultad de Derecho la mitad de las rentas de Enseñanza Secundaria, correspondiente al año en curso, que se calcula en $ 9.795,00, la cantidad de	$ 2.000 00	
Y el resto á Facultad de Matemáticas.	» 7.795 00	$ 9.795 00

Aceptado el temperamento propuesto se tendrá reformado de esta manera el cuadro final hecho por la Contaduría:

RENTAS UNIVERSITARIAS	Recursos	Presupuestos
Facultad de Derecho y Ciencias Sociales.	$ 9.655 00	$ 8.100 00
» » Medicina.	» 30.444 00	» 28.970 00
» » Matemáticas.	» 20.583 00	» 19.050 00
Sección de Enseñanza Secundaria y Preparatoria	» 55.395 00	» 47.300 00
Sección de Enseñonza Secundaria para Mujeres	» 4.000 00	» 3.900 00
Planillas á c/Economías.	» 98.000 00	» 68.280 00

En cuanto á los gastos que deben pagarse con Economías, el Honorable Consejo, tiene amplias facultades, puesto que la administración de ellas le fué expresamente dele-

gada por el Decreto de 23 de Febrero de 1907, de modo que el Honoroble Consejo está facultado para apreciar la necesidad de los gastos y la cantidad asignada.

Con lo que he propuesto se podrá obtener el equilibrio por este año, pero debo de observar que esto es accidental y que de seguirse procediendo con el mismo criterio en la confección de los presupuestos, no será posible regularizar las finanzas universitarias. En efecto, se ve que al confeccionarse algunos presupuestos no se ha tenido en cuenta los recursos disponibles, elemento indispensable para proceder ordenadamente. La Facultad de Matemáticas, por ejemplo, tiene un promedio máximo de rentas de $ 7.000,00 y el presupuesto á cargo de las mismas se eleva á $ 23.700,00.

Por otra parte las Facultades deben de ser, á mi juicio, muy prudentes en el pedido de créditos á cargo de Economías, porque de ello depende que se mantenga á la Universidad la facultad excepcional de disponer de ellas que le ha acordado el Poder Ejecutivo y que puede en todo momento retirar.

Para que el Honorable Consejo pueda formarse una opinión acerca de los gastos de cada Facultad en conjunto, formulo á continuación un cuadro comparativo de los rubros principales de gastos:

RUBROS	Gastos de oficinas, etc.	Remuneración de sustitutos	Libros, revistas y encuadernación	Aparatos de laboratorios, etc.	Gastos de laboratorios, etc.	Mobiliario de laboratorios, etc.
Oficinas Centrales .	$ 5.000 60	—	—	—	—	—
Facultad de Derecho.	» 3.500 00	$ 6.500 00	$ 8.000 00	—	$ 100 00	—
» » Medicina	» 5.900 00	—	» 4.630 00	$ 7.000 00	» (1) 14.500 00	$ 3.750 00
» » Matemáticas	» 8.920 00	» 3.600 00	» 6.500 00	» 6.500 00	» (2) 23.450 00	» 2.500 00
Sección de Enseñanza Secundaria . .	» 3.500 00	» 34.000 00	» 3.500 00	» 1.000 00	» 1.000 00	» 1.000 00
Sección de Enseñanza Secundaria para Mujeres	» 1.800 00	» 3.100 00	» 3.200 00	» 3.000 00	» 600 00	—

(1) Se incluye una partida de $ 3.720,00, asignada por ley al Instituto de Higiene, que se aplica también á gastos de oficinas.

(2) Se incluyen dos partidas de $ 10.000,00 cada una, designada por ley á los Institutos de Ensayo de materiales y de máquinas para sus gastos de laboratorios.

Opino, que si se aceptaran los presupuestos referidos, sería necesario para evitar el desequilibrio financiero en lo futuro, declarar:

1.º Que en lo sucesivo cada Facultad ó Sección limite su presupuesto á cargo de Rentas Universitarias á los recursos aproximadamente disponibles y los presupuestos á cargo de Economías, los reduzcan á lo indispensable, sin perjuicio de las ampliaciones por créditos especiales cuando sean muy justificadas, y existan fondos disponibles, ya en Caja, para atenderlos.

2.º Que se declare que el Honorable Consejo no votará nuevos gastos para el Ejercicio corriente, sino en casos muy excepcionales y justificados y dentro de los fondos disponibles, entendiéndose por tales los que *sobren en Caja* después de reservados los necesarios para atender á los gastos votados.

3.º Me permito indicar la conveniencia de que el Honorable Consejo resuelva si sería conveniente elevar el presupuesto de gastos á cargo de Economías á la aprobación del Poder Ejecutivo como justa satisfacción á la facultad delegada en el Honorable Consejo y para la ratificación correspondiente, dado lo elevado de las cifras que presenta y para evitar la diferencia de opiniones que podrían surgir, pues esa facultad delegada es en el concepto de que esas Economías se apliquen á «*gastos urgentes é indispensables*».

CLAUDIO WILLIMAN,
Rector.

Andrés C. Pacheco,
Secretario General.

Montevideo, Junio 13 de 1913.

Imprímase, repártase y elévese al Honorable Consejo Universitario.

WILLIMAN,
Rector.

Andrés C. Pacheco,
Secretario General.

Montevideo, Julio 2 de 1913.

El Consejo Universitario, en sesión de esta fecha, sancionó la siguiente resolución:

Apruébase el proyecto de reglamento propuesto y el informe del señor Rector, con las siguientes modificaciones:

Planilla N.º 1.—Se suprime el rubro N.º 2 «Gastos de clase», $ 100 y N.º 3 «Impresión de revistas», que pasa á «Economías».

Planilla N.º 2.—Se suprime el rubro N.º 6 «Impresión de revistas», que pasa á cargo de «Economías»; ídem el N.º 5 «Sueldos Instituto de Química».

Planilla N.º 3.—Se suprime el rúbro N.º 1 que pasa á «Economías»; ídem el N.º 8 «Sueldos», que pasa también á cargo de «Economías».

Planilla N.º 4.—Se reduce el rubro N.º 1 á $ 20.000, debiendo cargarse los 14.000 restantes á «Economías»; se suprime el rubro N.º 7 de la misma planilla «Sueldos», que pasa á «Economías».

Planilla N.º 5.—Se suprimen los rubros N.os 1 y 2 que pasan á cargo de «Economías».

Planilla N.º 7.—Se reduce á $ 1.500 el rubro N.º 1; se agrega el rubro «Mobiliario de clases, etc., con $ 2.000, quedando inalterado el total de esta planilla.

Planilla N.º 8.—Se agrega al rubro N.º 3, un auxiliar de Patología General, con $ 360 anuales.

Planilla N.º 11.—Se eleva á $ 420 anuales, el sueldo de auxiliar de Biblioteca de la Universidad de Mujeres; se suprime el inciso tercero del informe presentado por el señor Rector.

C. Williman,
Rector.

Andrés C. Pacheco,
Secretario General.

Para mayor ilustración, se publica la planilla N.º 10 del Presupuesto General de Gastos de la Nación, correspondiente á la Universidad y el Presupuesto de Rentas Universitarias, en la forma que ha quedado sancionado por el H. Consejo:

PRESUPUESTO DE LA UNIVERSIDAD

PLANILLA N.º 10

Presupuesto á cargo Ley de Presupuesto

RUBRO: OFICINAS CENTRALES

Sueldos	$ 1.575 00	$ 18.900 00	
Gastos de Oficinas, etc., de Secretaría	» 275 00	» 3.300 00	
» » » » Contaduría	» 50 00	» 600 00	
» » » » Tesorería	» 30 00	» 360 00	
Asignación Tesorero: Quebrantos de Caja	» 20 00	» 240 00	
Dos becas ó premios	» 200 00	» 2.940 00	$ 25.300 00
	$ 2.150 00		

RUBRO: FACULTAD DE DERECHO

Sueldos	$ 2.935 00	$ 35.220 00	
Compra de libros y revistas	» 666 66	» 8.000 00	» 43.220 00
	$ 3.601 66		

RUBRO: FACULTAD DE MEDICINA

Sueldos	$ 13.758 33	$ 165.100 00	
Gastos de Anatomía	» 50 00	» 600 00	
» » Fisiología	» 50 00	» 600 00	
» » Laboratorio de Clínicas, etc.	» 148 33	» 1.780 00	
» » Quimica	» 50 00	» 600 00	
» » Higiene	» 310 00	» 3.720 00	» 172.400 00
	$ 14.366 66		

RUBRO: FACULTAD DE MATEMÁTICAS

Sueldos	$ 6.955 00	$ 83.460 00
Dos becas	» 400 00	» 4.800 00
Gastos de Oficinas	» 150 00	» 1.800 00
» » limpieza	» 10 00	» 120 00
» » laboratorio y talleres	» 100 00	» 1.200 00
Alquiler de casa	» 300 00	» 3.600 00
Gastos ensayo aparatos, conservación ensayo materiales	» 833 33	» 10.000 00

Gastos ensayo aparatos, conservación Laboratorio Máquinas	» 833 33	» 10.000 00	
Combustible para Laboratorio Máquinas. .	» 20 83	» 250 00	» 115.230 00
	$ 9.602 49		

RUBRO: ENSEÑANZA SECUNDARIA Y PREPARATORIA

Sueldos	$ 5.925 00	$ 71.100 00	» 71.100 00
	$ 5.925 00		

RUBRO: ENSEÑANZA S. Y PREPARATORIA PARA MUJERES

Sueldos	$ 1.893 33	$ 22.720 90	
Gastos de gabinetes y laboratorios. . . .	» 50 00	» 600 00	
» » oficinas	» 25 00	» 300 00	
» » fomento de biblioteca	» 50 00	» 600 00	
Alquiler de casa.	» 150 00	» 1.800 00	» 26.020 00
	$ 2.168 33		$ 453.770 00

Presupuesto á cargo de Economías

Presupuesto sancionado

RUBRO: OFICINAS CENTRALES

Impresiones, avisos, etc., Tesorería . . .		$ 40 00	$ 480 00	
» » » Contaduría . . .		» 25 00	» 300 00	
Sueldos:				
Auxiliar de Contaduría . .	$ 40 00			
» » Tesorería. . .	» 40 00			
Portero.	» 30 00	» 110 00	» 1.320 00	$ 2.100 00

RUBRO: FACULTAD DE DERECHO

Mobiliario y gastos de oficinas	$ 125 00	$ 1.500 00	
» de clases.	» 166 66	» 2.000 00	
Impresión de revistas	» 66 66	» 800 00	
Sueldo Catedrático de práctica notarial . .	» 90 00	» 1.080 00	» 5.380 00

RUBRO: FACULTAD DE MEDICINA

Mobiliario y gastos de oficinas		$ 416 66	$ 5.000 00
Gastos de calefacción		» 75 00	» 900 00
Mobiliario y gastos oficina I. Química . .		» 40 00	» 480 00
Impresión revistas		» 300 00	» 3.600 00
Sueldos:			
Auxiliar Toxicología (10 meses)	$ 30 00		

Auxiliar Física Farmacéutica (10 meses)	$ 30 00			
Auxiliar Química Ampliada (10 meses)	» 30 00			
Auxiliar Farmacia Química (10 meses)	» 30 00			
Auxiliar Farmacia Galénica (10 meses)	» 30 00	$ **150 00**		
Encargado del almacén	$ 50 00			
Auxiliar del Laboratorio de Patología General	» 30 00			
Auxiliar de la Biblioteca del I. de Higiene	» 25 00	» 105 00	$ 2.760 00	$ 12.740 00

RUBRO: FACULTAD DE MATEMÁTICAS

Mobiliario y gastos de Oficinas		$ 583 33	$ 7.000 00	
Bolsas de Viaje (de una vez)	$ **800 00**	» **800 00**	» 800 00	
Sueldos:				
Ayudante de Electrotécnica	» 50 00			
Catedrático de Inglés, 3.° y 4.° año	» 100 00			
Oficial del Laboratorio: Electricista	» 40 00			
Catedrático de Geometría Descriptiva	» 90 00			
Peón de limpieza	» 30 00			
» » »	» 30 00			
» » »	» 30 00	» 370 00	» 4.440 00	
Remuneración de sustitutos		» 300 00	» 3.600 00	» 15.840 00

RUBRO: SECCIÓN ENSEÑANZA SECUNDARIA Y PREPARATORIA

Mobiliario y gastos de Oficinas		$ 291 66	$ 3.500 00	
Remuneración de sustitutos		» 1.166 66	» 14.000 00	
Sueldos:				
Peón de Historia Natural	$ 15 00			
Ayudante de Física	» 30 00			
» » Química	» 30 00	» 75 00	» 900 00	
Profesor suplente, 8 meses		» 80 00	» 640 00	» 19.040 00

RUBRO: SECCIÓN ENSEÑANZA SECUNDARIA PARA MUJERES

Mobiliario y gastos de Oficinas		$ 125 00	$ 1.500 00	
Máquinas de escribir, de una vez	$ **1.500 00**	» **1.500 00**	» 1.500 00	
Sueldos:				
Auxiliar de Biblioteca	$ 35 00	» 35 00	» 420 00	
Remuneración de sustitutos		» 208 33	» 2.500 00	
Libros y Revistas		» 250 00	» 3.000 00	» 8.920 00

RUBRO: BECAS

4 becas estudiantes	$	400 00	$	4.800 00	$	4.800 00
TOTAL DE PRESUPUESTO Á CARGO DE ECONOMÍAS					$	68.820 00

Presupuesto á cargo de Rentas Universitarias

RUBRO: FACULTAD DE DERECHO Y CIENCIAS SOCIALES

Remuneración de sustitutos, 1/9.	$	722 22	$	6.500 00		
Cuotas de Examinadores (de una vez) . .	»	**950 00**	»	950 00		
Devolución de impuestos (» » ») . .	»	**450 00**	»	450 00		
» por premio (» » ») . .	»	**100 00**	»	100 00	$	8.000 00

RUBRO: FACULTAD DE MEDICINA

Libros y Revistas: Oficinas Centrales. . .	$	291 66	$	3.500 00		
Encuadernaciones: » » . . .	»	20 00	»	240 00		
Aparatos y material de Laboratorios . . .	»	541 66	»	6.500 00		
Gastos de Laboratorios.	»	541 66	»	6.500 00		
Mobiliario de clases.	»	291 66	»	3.500 00		
Libros y Revistas: I. de Higiene	»	41 66	»	500 00		
Aparatos y material de Laboratorios: I. de Higiene	»	25 00	»	300 00		
Gastos de Laboratorios, clases, etc. . . .	»	83 33	»	1.000 00		
Mobiliario de clases: I. de Higiene . . .	»	20 83	»	250 00		
Excursiones de estudio: I. de Higiene . .	»	8 33	»	100 00		
Gastos de establo, criadero y adquisición de animales	»	200 00	»	2.400 00		
Libros y Revistas: I. de Química	»	30 00	»	360 00		
Encuadernaciones: I. de Química	»	5 00	»	60 00		
Aparatos y material de Laboratorios . . .	»	16 66	»	200 00		
Gastos de Laboratorios: I. de Química . .	»	30 00	»	360 00		
Cuotas de Examinadores (de una vez) . .	»	**2.200 00**	»	2.200 00		
Devolución de impuestos (» » ») . .	»	**800 00**	»	800 00		
» por premio (» » ») . .	»	**200 00**	»	200 00	»	28.970 00

RUBRO: FACULTAD DE MATEMÁTICAS

Libros y Revistas	$	458 33	$	5.500 00		
Encuadernaciones	»	83 33	»	1.000 00		
Aparatos y material de Laboratorios. . .	»	541 66	»	6.500 00		
Gastos de Laboratorios, clases	»	166 66	»	2.000 00		
Mobiliario de Laboratorios	»	208 33	»	2.500 00		
Excursiones de estudio.	»	166 66	»	2.000 00		
Gastos de Examinadores (de una vez) . .	»	**1.000 00**	»	1.000 00		
Devolución de impuestos (» » ») . .	»	**400 00**	»	400 00		
» por premio (» » ») . .	»	**150 00**	»	150 00	»	21.050 00

RUBRO: ENSEÑANZA SECMNDARIA
Y PREPARATORIA

Remuneración Encargado de grupos . . .	$	1.666 66	$	2.000 00		
Libros y Revistas	»	250 00	»	3.000 00		
Encuadernaciones	»	41 66	»	500 00		
Aparatos y material de Laboratorios . . .	»	83 33	»	1.000 00		
Gastos de Laboratorios.	»	83 33	»	1.000 00		
Mobiliario de Laboratorios	»	83 33	»	1.000 00		
Cuotas de Examinadores y gastos de Comisión Examinadora (de una vez)	»	**15.000 00**	»	15.000 00		
Devolución por impuestos (de una vez) . .	»	**4.000 00**	»	4.000 00		
» » premio (» » ») . .	»	**800 00**	»	800 00	»	4.630 00

RUBRO: ENSEÑANZA SECUNDARIA
PARA MUJERES

Encuadernaciones	$	16 66	$	200 00		
Aparatos y material de laboratorios . . .	»	250 00	»	3.000 00		
Cuota de Examinadores (de una vez). . .	»	**500 00**	»	500 00		
Devolución por impuesto (» » »). . .	»	**100 00**	»	100 00		
» « premio (» » »). . .	»	**100 00**	»	100 00	»	3.900 00
TOTAL DEL PRESUPUESTO Á CARGO DE RENTAS UNIVERSITARIAS.					$	108.220 00

CULPA AQUILIANA

Culpa aquiliana

Lecciones del curso de tercer año de Derecho Civil

POR EL

Prof. Dr. JUAN JOSÉ AMÉZAGA

(Versión taquigráfica tomada por los señores José Zamora y Guillermo Otero)

INTRODUCCIÓN

En las clases anteriores hemos estudiado la doctrina general de los delitos y de los cuasi delitos, y hemos estudiado, también, respecto de los delitos, las relaciones entre la acción penal y la acción civil.

De manera que sobre esto ya no volveremos, sino incidentalmente, como tampoco entraremos á extendernos sobre la doctrina de la culpa en general, y nos limitaremos — para precisar el punto de partida de esta exposición — á puntualizar bien las diferencias que ya hemos señalado entre la culpa contractual y la culpa extracontractual, y como es natural, analizaremos estas diferencias, para ver si son realmente tales diferencias y si existe, dentro del Derecho Civil, una dualidad de la doctrina de la culpa y luego nos ocuparemos especialmente de la culpa extracontractual.

Constituye culpa, en el sentido amplio de la palabra, todo acto ilícito que cause un daño al derecho ajeno.

Si el derecho violado emana de una relación contractual, si es un derecho de obligación que tiene su origen en la voluntad de las partes, la culpa se llama contractual; si, por el contrario, el derecho violado es un derecho de los establecidos en la Ley, es uno de los derechos de seguridad, es uno de los derechos fundamentales garantidos

á todas las personas por la ley, y que nada tienen que ver con una relación contractual especial, en este caso la culpa es extracontractual.

De suerte que la culpa es contractual cuando el derecho violado emana de un vínculo convencional; y la culpa es extracontractual cuando el derecho violado consiste en una obligación legal.

Se ha preguntado si existiendo esta diferencia de orígen entre la culpa contractual y la culpa extracontractual, existen, también, diferencias fundamentales en el concepto ó en los efectos de estas instituciones jurídicas.

La doctrina tradicional ha sostenido siempre la necesidad de mantener una separación fundamental entre una y otra culpa, y ha insistido especialmente sobre tres puntos que inmediatamente vamos á analizar.

En primer término se invoca una diferencia que tiene su orígen en el derecho romano [1].

La culpa contractual puede consumarse por actos ó por omisiones: mientras que la culpa extracontractual sólo puede consumarse por actos, por acciones, por la ejecución de un hecho ilícito; la simple omisión no puede dar orígen á la culpa extracontractual.

Esta doctrina tiene su orígen en ciertas interpretaciones de la *lex-aquilia*, en el Derecho Romano; pero no tiene razón de ser en el derecho moderno, donde la doctrina y la jurisprudencia admiten universalmente,—y algunos Códigos como el nuestro lo han establecido de un modo expreso, que el hecho ilícito que da origen á una relación de obligación, por razón de cuasi delito, puede ser un hecho positivo ó negativo, según que el derecho infringido consista en hacer ó en no hacer alguna cosa—para emplear la misma expresión de nuestro Código [2].

(1) Es discutible si la culpa aquiliana se extendía á la culpa *in non faciendo*. Niegan esta extensión Vinnio I, § 33; Vangerow, Pandectas. § 564; Muhlenbruch, Doctr. Pand., § 448; Voet, IX—2, § 3. Por el contrario, otros autores sostienen que la diferencia entre culpa *in faciendo* y culpa *in non faciendo* no tiene otro alcance que determinar la procedencia de la legis *Aquilia actio directa*, ó la procedencia de *actio utilis*, otorgada en los casos de culpa *ni non faciendo*. (Schöman, § 6 Arndts, Serafini, Pandette, § 324; Molitor I, § 185; Maynz, § 271).

(2) Código Civil, artículo 1293 inciso 3.º.

De suerte que esta primera diferencia — que históricamente se discute en los orígenes de la doctrina de la culpa — ha desaparecido completamente en el derecho moderno.

La segunda de estas diferencias que señala la doctrina tradicional, y que, á primera vista, parece exacta, es la siguiente: dicen numerosos autores de Derecho Civil, que la culpa contractual es menos severa que la culpa extracontractual. En la culpa contractual existen grados: la culpa puede ser grave, leve y levísima; son los tres grados de la culpa del Derecho Romano, [1] ó son los dos grados establecidos por nuestro Código — según el cual la culpa contractual puede ser grave ó leve [2]. Y esta graduación en la culpa contractual se halla bien caracterizada en el artículo 1318 de nuestro Código, que establece, en el inciso 1.o, que la culpa puede ser grave ó leve; y que establece, en el inciso 4.o, que la obligación, « aunque regulándose por un solo principio, es más ó menos extensa, según la naturaleza del contrato ó el conjunto de circunstancias en los casos especialmente previstos por este Código ».

Algunos de los casos previstos en este Código son, por ejemplo, los relativos al mandato y á la atenuación que establece el Código con respecto al mandato gratuito; análogas disposiciones rigen respecto del depósito, — del depósito voluntario, se entiende. Y la mayoría de las legislaciones modernas se inspira en los mismos principios.

En cambio, continúan, en la culpa extracontractual, el que ha atacado un derecho ajeno responde siempre de la culpa leve; poco importa que haya procedido con más ó menos negligencia; el hecho de poder imputar una negligencia, de poder imputar una imprudencia, de poder imputar una falta, da lugar necesariamente al resarcimiento del perjuicio; y esta diferencia, tradicional también, viene

(1) Véase cifra.
(2) Código Civil, artículo 1318.

del antiguo Derecho Romano, donde se establecía que en la culpa aquiliana se respondía siempre de la más mínima falta de diligencia (1).

La regla, para la culpa aquiliana, era general y única: se respondía de la culpa levísima. En cambio, respecto de la culpa contractual, se admitían los tres grados de culpabilidad — grave, leve y levísima — y algunos autores llegaban, como ustedes saben, á admitir hasta seis grados.

Nuestro Código — que ha establecido clara y terminantemente que todo hecho ilícito del hombre que causa un daño á otro da lugar á una reparación si ha habido negligencia, imprudencia ó culpa — es bien terminante también á este respecto.

En la culpa extracontractual, en la culpa que rigen los artículos 1293 y siguientes del Código Civil, se responde siempre de la culpa levísima: basta que haya una imprudencia, — que sea importante ó que no lo sea, — existiendo la imprudencia, nace la acción de reparación; y lo mismo en el caso de negligencia ó culpa en general; y en cambio, el referido artículo 1318 autoriza, en ciertos casos, una aplicación más ó menos extensa, según la naturaleza del contrato y según las circunstancias.

Como decía, á primera vista parece que, efectivamente, existe esta diferencia entre la culpa contratual y la culpa extracontractual; pero, examinando á fondo esta cuestión, puede decirse que no se trata propiamente de una cuestión de culpa ó de culpabilidad, más ó menos extensa que en otro caso, sino que se trata de una cuestión de obligación. La obligación de no atentar contra el derecho ajeno, la obligación de no perjudicar á los demás, la obligación de conducirnos en la vida social, — ya sea en nuestros actos personales, como en los que ejecuten las personas que se hallan bajo nuestra dependencia, — con diligencia, con prudencia, con previsión, para no causar daño á los demás, son obligaciones extrictas, y son obliga-

(1) L. — 44 — D., ad. 1 Aq. IX — 2.

ciones que tienen como carácter fundamental, el de poder exigirse en toda su amplitud, el de poder imponerse en toda su latitud á todas las personas que viven en la sociedad; nadie tiene el derecho de ser descuidado al extremo de causar un perjuicio al derecho ajeno; podemos ser descuidados con lo propio; pero no podemos ser descuidados con peligro de causar un daño á otras personas.

En cambio, en las obligaciones que tienen un origen convencional, el vínculo de derecho está establecido y reglamentado por la voluntad de las partes, y este vínculo de derecho es más ó menos extenso siempre de acuerdo con la voluntad ó voluntades que lo crearon; y, siendo el vínculo de derecho más ó menos extenso, siendo la obligación más ó menos extensa, también tiene que ser más ó menos extensa la acción de reparación que nace de la falta de cumplimiento de esa obligación.

De suerte que las reglas que establece el Código respecto del depósito y respecto del mandato, no serían propiamente reglas sobre culpa contractual, sino reglas sobre obligaciones.

La obligación del mandatario que no recibe salario, lo mismo que la obligación del depositario á título gratuito, no puede ser tan rígida, porque al fin y al cabo, se trata de un servicio desinteresado, prestado en condiciones especialísimas; y al contrario, la obligación del mismo mandatario ó depositario ante el mandante ó dueño de la cosa tiene necesariamente que ser más rígida, en el sentido de imponer una mayor diligencia, cuando ha cobrado un honorario ó remuneración por el servicio prestado.

Planiol ocupándose de esta diferencia sostiene que « se confunde al establecerla, la extensión de la obligación con la gravedad de la culpa ». El artículo 1137, dice, que determina la responsabilidad del deudor en materia de contratos, reglamenta una cuestión de obligación y no una cuestión de culpa; determina extensión de los cuidados á que obligan al deudor las obligaciones y promesas que tiene que ejecutar; pero, en el límite en que la obligación existe se

puede decir que toda contravención á esa obligación constituirá una falta, una culpa, por ligera que ella fuera, y sin distinguir si la obligación es convencional ó legal. Se trata, pues, de saber no en que medida el deudor ha faltado á su obligación, sino en que medida él se encuentra vinculado y que suma de diligencia se había comprometido á prestar [1].

De manera que esto explica esa diferencia, esa elasticidad establecida en la Ley. No se trata propiamente de una diferencia en el criterio de medida de la culpa, sino que se trata propiamente de una diferencia en la extensión de las obligaciones. Las obligaciones que dan lugar á responsabilidad por delito ó cuasi-delito, son obligaciones independientes de la voluntad de las partes y tienen ese carácter estricto que obliga á todos los que viven en sociedad á no perjudicar, en lo más mínimo, el derecho de los demás; al contrario, las obligaciones que nacen de los contratos tienen mayor ó menor elasticidad, precisamente porque dependen de la voluntad de las partes que han dado nacimiento á los contratos.

La tercera de las diferencias invocadas, es la siguiente: se dice que la culpa contractual se presume, mientras que la culpa extracontractual no se presume.

El que acusa á la contraparte por no haber cumplido con las cláusulas de algún contrato, no tiene que probar absolutamente nada: tiene que presentar el contrato y alegar su incumplimiento. De manera que se presume la falta de cumplimiento de la otra parte, y es ésta la que tiene que probar, ó bien que ha cumplido con lo estipulado en el contrato, ó bien que no ha cumplido por haber mediado fuerza mayor ó caso fortuito, ó encontrarse dentro de algunas de las excepciones expresamente establecidas en la Ley.

Por el contrario, el que acusa á una persona por haberla atropellado en la vía pública guiando un automóvil

(1) Planiol, 2, § 884.

ó guiando un coche, no debe probar solamente que ha sido atropellado, sino que debe probar también—que ha existido imprudencia, negligencia ó impericia en el que guiaba el vehículo; tiene que probar que el conductor violó su derecho tutelado con culpable conducta por la ley.

De suerte—concluyen los partidarios de esta diferencia—puede afirmarse que la ley presume la culpa contractual; y, por el contrario, que la ley no presume la culpa extracontractual.

Esta diferencia tampoco tiene fundamento; y no lo tiene por dos razones: primera, porque no puede decirse de un modo absoluto, que la ley no presume la culpa extracontractual; al contrario, en muchos casos la ley presume la culpa extracontractual como en los casos en que el daño ha sido causado por las cosas «de que uno se sirve ó están á su cuidado»; y, presume también la culpa *in vigilando* ó *in eligendo,* cuando se trata de hechos ilícitos, probados, de personas que se hallan bajo la guarda ó dependencia de otra (1).

De suerte que si la culpa contractual se presume, la culpa extracontractual también se presume en muchos casos.

Y, en segundo lugar, la presunción que establece la ley—si presunción puede llamarse,—en el caso de culpa contractual, no es una consecuencia de la teoría de la culpa, sino una aplicación de los principios generales de la prueba [2] civil que establecen que el actor debe probar su acción.

El que demanda á una parte, exigiendo el cumplimiento de un contrato, y acusándola por su falta de cumplimiento, sólo tiene que probar el vínculo contractual. El reo que hace valer la excepción, alegando que ha cumplido, ó alegando que no ha cumplido por haber mediado fuerza ma-

(1) Código Civil, artículo 1296.
(2) Código Civil, articulo 1547.

yor ó caso fortuito, respecto de la excepción se hace actor, y debe probarla [1].

Es, por consiguiente, la aplicación de un principio extraño á la doctrina de la culpa, el que explica esta diferencia entre la culpa contractual y la extracontractual, y no, — como se ha querido sostener, — una divergencia entre los conceptos de una culpa y de la otra.

La cuarta diferencia que se ha señalado entre la culpa contractual y la extracontractual se relaciona con la reparación del perjuicio.

En la culpa contratual la reparación del perjuicio es menos extensa que en la culpa extracontractual.

El artículo 1319 del Código Civil, dice, que «los daños y perjuicios debidos al acreedor, á no ser de los fijados por la ley ó convenidos por los contratantes, son en general de la pérdida que ha sufrido, y del lucro de que se ha privado, con las modificaciones de los artículos siguientes.» Y el artículo 1320, dice: «El deudor no responde sino de los daños y perjuicios que se han previsto ó podido prever al tiempo del contrato, cuando no ha provenido de dolo suyo la falta de cumplimiento de la obligación. Aún en el caso de que la falta de cumplimiento provenga de dolo del deudor, los daños y perjuicios que no están fijados por la ley ó convenidos por los contratantes, no deben comprender respecto de la pérdida sufrida por el acreedor, y el lucro de que se le ha privado, sino lo que ha sido consecuencia inmediata y directa de la falta de cumplimiento.»

De manera que el deudor responde únicamente de los daños y perjuicios previstos, ó que se han podido prever en la culpa contractual; mientras que en la culpa extracontratual se responde no sólo del mal directamente causado, sino de la privación de ganancia que sea consecuencia inmediata del hecho ilícito, sin atender á la posibilidad ó imposibilidad de previsión; el con-

(1) Código Civil, artículo 1547. Código de Procedimiento Civil, artículo 329.

cepto de la previsión desaparece: responde del daño y de todo lo que ha sido consecuencia inmediata de ese daño (1).

Por consiguiente, se dice, la reparación, en el caso de culpa extracontractual, es más extensa que en el caso de culpa contractual.

Esta diferencia, si bien está establecida en la Ley, vamos á ver, al estudiar la forma de reparación y al estudiar, más adelante, la doctrina de la culpa extracontractual, que tampoco tiene razón de ser; su explicación se encuentra en la jurisprudencia, en el origen histórico; pero, en realidad, la tendencia del Derecho Civil moderno es la de admitir, por un lado, una responsabilidad sin culpa, — y claro está que en este caso la reparación del perjuicio siempre tiene que ser más atenuada, más leve, menos grave — y, por otro lado, una responsabilidad con culpa; y, respecto de esta última se ha sostenido, y se sostiene por muchos autores, el criterio propuesto por Yhering con la denominación de criterio ó de principio del equilibrio entre la culpabilidad y la reparación: — á mayor culpabilidad, mayor reparación; y á menor culpabilidad, menor reparación.

Sobre esto, y sobre esta diferencia — que en la Ley es la única real, la única positiva — tendremos ocasión de insistir muy pronto.

Establecidas estas generalidades tendientes á demostrar que la doctrina de la culpa es una doctrina única, y ajustándonos — como tenemos que ajustarnos — á nuestro Código, desde que nuestra misión fundamental es la de interpretar la Ley, vamos á entrar á estudiar, en primer término, la culpa aquiliana, es decir, la culpa extracontractual.

(1) Código Civil, artículo 1297.

CAPÍTULO I

NOCIONES GENERALES É HISTÓRICAS

No es esta la oportunidad para extendernos en estudios de historia del derecho que servirían para demostrar cómo ésta institución jurídica, fué conocida en la antigua Grecia, fué establecida en la ley de las XII Tablas, y encontró su primera consagración positiva y concluyente en la *lex aquilia*, obra del tribuno Aquilio, de la cual ha tomado la culpa extracontractual el nombre de culpa aquiliana.

«La ley aquilia contenía tres capítulos [1]. Los dos primeros se refieren, uno, al caso de muerte de un siervo ó de un cuadrúpedo, y otro, á la *œceptilatio* del *adstipulador*, en fraude del acreedor estipulante. En el tercer capítulo se ordenaba: «*ceterarum rerum praeter hominum et peecudem, oceisos, si quis alteri damnun faxit quod usserit, fregerit, ruperit injuria quanti ea res erit in diebus triguista prozimis tamtiun res domino dare damnos, etc.*». Bastará indicar el modo amplio de concebir el daño, porque, si el significado de *rumpere* es en la *lex aquilia* el mismo que se advierte en las disposiciones de las XII Tablas, con la locución *ceterarum rerum* se extiende la noción del hecho ilícito. La injuria originaba, pues, la obligación (responsabilidad) nacida del *rumpere,* pero tanto en la letra como en el espíritu de la ley no todo daño de cualquier modo inferido era adecuado á ésto. La locución *rumpere* muestra ya que daño se sobreentendía, á saber: el del contacto directo del causante; el daño debía ser producido *corpore et corpori.* Era una materialidad mal avenida con la idea expresada en la ley en términos generales; pero, por otra parte, respondía á las concepciones

(1) Entre los tratadistas de derecho romano hay quien sostiene que eran más de tres.

restringidas nacidas de un análisis imperfecto de las relaciones jurídicas. Como quiera que los derechos sobre una cosa suponen la facultad de tenerla y sujetarla directamente, ni se puede formar la noción abstracta de «peso sobre la cosa» el daño en ella se restringía á los términos del deterioro material derivado del contacto del cuerpo ofendido con el cuerpo ofensor. En este contacto injustamente lesivo estaba la ofensa, y la razón de la responsabilidad, como lo demuestra el antiguo concepto de la acción noxal para el daño ocasionado por un animal á cosa inanimada. Se comprende, pues, como por aparentemente amplio que parezca el concepto de hecho ilícito según la ley Aquilia, se restringiera en el modo de concebir el daño, como también se comprende que el movimiento progresivo de la jurisprudencia supliera, luego, por vía de interpretación los defectos inherentes al límite que determinaba la noción del daño injusto» (1).

De los anteriores párrafos de Chironi se desprende que la ley Aquilia no consagraba el principio general de equidad, en virtud del cual debe repararse el daño causado, mediando culpa de parte de la persona que lo hace. Pero, el pretor fué extendiendo las aplicaciones, y concediendo acciones *in factum* en diversos casos en que la ley Aquilia no podía ser invocada.

Conviene repetir que, la ley Aquilia en sí misma no contenía ninguna disposición equivalente al principio jurídico qne obliga á reparar el daño causado, mediando culpa de parte de quien lo hace. La ley establecía la responsabilidad del que mata ó lastima un esclavo ó animal doméstico perteneciente á otra persona. El causante del daño debe abonar el más alto precio que el objeto perdido hubiera obtenido en el año. En la estimación del daño se comprende no solo el valor del objeto en sí mismo sino también los perjuicios que su pérdida ocasiona.

Pero, para que procediera la reclamación se necesitaba

---

(1) Chironi Culpa extracontractual § 6.

que el daño hubiera sido causado *corpore et corpori*, vale decir, que fuera el resultado de un acto material de la persona (ejemplo: un animal debía ser directamente lastimado,—y no se tenía en cuenta el caso en que el animal asustado por un ruido causado imprudentemente,—se lastimara al precipitarse en una zanja), y, que fuera hecho á la cosa. Era necesario también que el daño lo sufriera el propietario.

Y cuando el delito era causado por un esclavo ó por un menor, era el autor del daño el responsable; pero, como este carecía de patrimonio, la persona perjudicada tenía el derecho de reclamar el abandono del esclavo ó menor por la acción noxal. El dueño del esclavo ó el padre del menor, podrán evitar esta solución indemnizando el daño causado.

Esta institución ha sufrido grandes transformaciones. Los intérpretes en los textos romanos, la evolución del derecho en la edad media y en la edad moderna,—le imprimieron caracteres especialísimos,—con los cuales fué incorporada al Código francés, y más tarde á todos los Códigos modernos, donde por encima de todas sus diferencias se descubre el principio general de la culpa, el principio que establece que todo hecho que cause un daño á otro, trae aparejada la obligación de reparar este daño si el hecho es ejecutado mediando dolo, imprudencia, culpa, ó falta de diligencia.

La mayor parte de los Códigos modernos destinan un capítulo especial con la carátula de «Delitos y cuasi delitos», al desarrollo de los principios de la culpa extracontratual. Pothier había definido el delito civil diciendo que era el hecho doloso ó perverso de una persona que causa un daño ó un perjuicio á otra; y el cuasidelito el hecho no intencional, pero, sí imprudente, no excusable, que cause un daño á otra persona [1].

El Código francés si bien emplea los términos delito y

(1) Pothier. Obb. § 116.

cuasidelito, no los define. En cambio, nuestro Código dice que todo hecho ilícito del hombre que causa á otro un daño, impone á aquél por cuyo dolo, culpa ó negligencia ha sucedido, la obligación de repararlo. Cuando el hecho se ha cumplido con *dolo*, es decir, con intención de dañar› constituye un delito; cuando falta esa iutención de dañar el hecho ilícito constituye un *cuasi delito*» [1].

No hay que confundir el delito civil con el delito penal. Este último, en su sentido amplio, es todo hecho ilícito previsto y castigado por la ley penal. Pero, no *todo delito civil es un delito penal*, y *no todo delito penal constituye un delito civil.*

Un hecho puede constituir un delito civil sin constituir un delito penal. Un hecho ilícito ejecutado con intención de dañar,—que causa un perjuicio á otra persona constituye un delito civil,—y no constituirá delito penal sino se encuentra comprendido en las disposiciones de la ley, cuya violación se castiga con la imposición de una pena.

Y, un hecho puede constituir un delito penal sin ser un delito civil. Así, la intención de dañar, indispensable para la existencia de un delito civil, no lo es para la existencia de un delito penal. El homicidio por imprudencia es un delito castigado por el Código Penal, y es un cuasi delito civil. Todos los delitos castigados por la ley penal no causan perjuicio al ofendido; y en todos los casos en que falte este perjuicio, no existirá un delito civil. Además la ley penal castiga la tentativa y el delito frustrado, que, en la mayor parte de los casos, no causan perjuicio al ofendido. No hay, por consiguiente, delito civil.

Sin embargo, por regla general las dos legislaciones, la civil y la penal, coinciden. Las diferencias apuntadas reconocen principalmente dos causas:

1.º La falta de perjuicio al derecho privado ajeno en algunas infracciones de la ley penal. La ley civil, teniendo

(1) Código Civil, artículo 1293.

por objeto la reparación de los perjuicios causados, *realizados*, no puede ocuparse de indemnizar perjuicios que no han existido, que han sido solamente *posibles*. La ley penal, por razones de orden público, castiga esas infracciones, ya con el fin de prevenir esos males, ya inspirándose en razones superiores de defensa social.

2.º La falta de intención criminal en algunos de los delitos castigados por el Código Penal, (delito por imprudencia, faltas, etc.). Pero, cuando estas infracciones causan perjuicios, la ley civil también interviene, al efecto de defender el derecho de los ofendidos por esos delitos. No habrá delito civil, pero existirá un *cuasi delito*.

Un examen prolijo de los conceptos del delito y del cuasi delito nos conduce á la conclusión de que ni razones de orden científico, ni motivos de utilidad, justifican una separación de estos dos conceptos. No hay pues ningún interés en mantener la distinción de los delitos y cuasi delitos.

El Código Civil alemán no se ocupa de los «delitos y cuasí delitos». Destina el título XXV del libro 2.º á los «hechos ilícitos». En este título el Código se ocupa de los «hechos ilícitos contrarios al derecho» (1) y de los «hechos ilícitos desleales» (2).

Los primeros son los ejecutados contra el derecho, y atentando con intención ó negligencia á la vida, al cuerpo, á la salud, á la libertad, á la propiedad ó á todo otro derecho ageno. Traen como consecuencia la reparación del daño que se haya causado (3).

Los segundos comprenden todo daño causado intencionalmente á otro, de manera que signifique un atentado de las buenas costumbres. (4) Esta categoría completa la anterior. No se trata ya de actos contrarios al derecho, es decir, violatorios de un derecho positivo ó de una ley po-

(1) Código Alemán, artículo 823.
(2) Artículo 826.
(3) Código Alemán, artículo 823.
(4) Código Alemán, artículo 826.

sitiva. Son hechos que causan perjuicio mediando procedimientos contrarios á las buenas costumbres.

La clasificación de delitos y cuasi delitos ha desaparecido también del Código federal suizo de las obligaciones—el cual ha adoptado un sistema análogo al del Código alemán, como lo veremos más adelante.

Dentro de nuestra ley no habría tampoco inconveniente ni de orden teórico, ni de orden práctico en suprimir la distinción tradicional de delito y cuasi delitos. De unos y otros nos ocuparemos con el nombre de culpa en general [1].

---

(1) Chironi número 9.

CAPÍTULO II

ELEMENTOS DE LA CULPA EXTRA CONTRACTUAL

Primer elemento: violación del derecho ajeno

Del concepto que hemos dado de la culpa extra contractual se desprenden cuatro elementos constitutivos, cuatro elementos fundamentales, que debemos analizar detenidamente.

El primer elemento, se revela en el carácter ilícito del hecho, y podemos denominarlo: violación del derecho ajeno; el segundo elemento consiste en el daño causado, en el perjuicio causado; el tercer elemento, la imputabilidad, es el elemento subjetivo de culpa; y el cuarto elemento es la relación directa, el nexo causal entre el acto culpable y el daño.

El primer elemento es la violación del derecho ajeno. Basta la violación de cualquier derecho para que se llene este requisito. Sólo deben excluirse las violaciones de las relaciones jurídicas que tienen un origen contractual y que se rigen por principios especiales. (1)

La ley sobre este particular, tiene toda la amplitud que es deseable, y no admite excepciones: todo acto, toda violación del derecho ajeno da nacimiento á una acción tendiente á obtener la reparación del perjuicio causado. No hay que distinguir entre derecho real y derecho personal. Por lo tanto, no es necesario ser propietario de un edificio para tener acción de reparación por daños causados al mismo.

El propietario, el arrendatario que sufre una disminución en el goce de la cosa, lo mismo que el usufructuario, todos ellos, desde que tienen un derecho y desde que existe un acto culpable ajeno que viola ese derecho, pueden exigir una reparación de daños y perjuicios.

---

(1) Código Civil, artículos 1315 y siguientes.

De suerte que este primer elemento es completamente amplio; cualquier violación de un derecho, real ó personal, de un derecho exigible, condicional ó á plazo, en una palabra, cualquier violación del derecho de una persona, basta para que se cumpla este primer extremo exigido por la ley como indispensable para que prospere la acción de responsabilidad.

Planiol hace notar á este respecto, que, si bien las obligaciones que tienen un origen contractual pueden ser, por regla general, bien determinadas, no pasa lo mismo con las obligaciones que tienen su fundamento en la ley. Y el artículo 1293 del Código Civil que impone la responsabilidad, no ha determinado los casos en que ella nace. La ley dice, que quien causa, mediando dolo ó culpa de su parte, un daño á otro, debe repararlo, pero no nos dice cuáles son los actos que está obligada á ejecutar ó á no ejecutar una persona, y que es indispensable conocer para afirmar que ella ha incurrido en delito ó cuasi delito.

Sería interesante clasificar las obligaciones legales, cuya violación da lugar á la aplicación de los principios del artículo 1293 del Código Civil; pero, este trabajo, hace notar el mismo Planiol, jamás ha sido emprendido. ¿Será muy difícil? ¿Será imposible? Es indiscutible que, si hay obligaciones impuestas por la ley, que muy fácilmente pueden determinarse y precisarse hasta en sus más insignificantes consecuencias, hay otras, cuya generalidad no permite resumirlas en fórmulas concretas. Se sienten, se imponen, todos los días,—pero difícilmente pueden comprenderse en una fórmula jurídica ó en un texto legal. No basta decir que está prohibido causar daño á otro, es necesario indicar las fórmulas en que se encierra esta obligación á fin de que pueda saberse cuándo y cómo ella se viola. Puede reconocerse á estas fórmulas un cuádruple objeto:

1.º Abstenerse de toda violencia hacia las cosas ó hacia las personas.

2.º Abstenerse de todo fraude, es decir, de todo acto irregular y doloso destinado á perjudicar á otra persona.

3.º Abstenerse de todo acto que exiga una cierta fuerza ó una cierta habilidad que no se posee en el grado requerido.

4.º Ejercer una vigilancia suficiente sobre las cosas capaces de causar perjuicio que se poseen ó sobre las personas que se tienen bajo guarda. Las dos primeras obligaciones son absolutas: la violencia y el fraude son reprobadas por sí mismas y los que las emplean son necesariamente responsables. En las dos últimas hipótesis la persona responsable no procede con dolo sino solamente con culpa. Toda vez que un hecho no está especialmente prohibido por la ley, no puede ser ilícito más que á condición de entrar en una ú otra de las categorías. (1)

Planiol declara que no pretende que esta clasificación sea definitiva. Y por otra parte, esta declaración, era innecesaria desde que su ilustre autor hace la salvedad de que ella se empleará después de saberse que un acto no esté especialmente prohibido por la ley. Cuando esto se compruebe se aplicará la clasificación, y, si el acto cuyo carácter se discute, no entra en ninguna de las cuatro categorías no podrá ser declarado ilícito. Pero, la dificultad estará en investigar, si el acto está ó no está especialmente prohibido por la ley, — y sobre este punto fundamental ninguna precisión nos da la fórmula que se propone.

El Código Civil alemán, apartándose del sistema seguido por el Código francés, ha determinado cuales son las obligaciones legales cuya falta de cumplimiento da nacimiento á una acción de responsabilidad. En su artículo 823 dice que quien por acto contrario á derecho, y mediando intención ó negligencia atente contra la vida, el cuerpo, la salud, la libertad, la libertad de propiedad

(1) Planiol, tomo 2, § 865.

ó á otro derecho ajeno, está obligado á reparar el daño causado. Y, en el inciso 2.º del mismo artículo, agrega que la misma obligación pesa sobre todo el que viole una ley que tenga por fin la protección de otro. El artículo 825 comprende, pues, dos categorías de obligaciones legales: una que encierra todos los derechos subjetivos, los derechos fundamentales de la personalidad, que todo hombre debe respetar; y otro, que sanciona la violación de toda ley que tenga por objeto la protección de otro.

Pero, no basta que se perjudique el derecho ajeno para que proceda la acción de responsabilidad.

El Código alemán exige que ese perjuicio sea causado por un *acto contrario al derecho.* Es cierto que todo atentado á esos derechos fundamentales es ya en sí mismo un acto contrario al derecho; pero, es cierto también que estos actos que en sí mismos son contrarios al derecho, pierden este carácter cuando están legitimados por otros principios jurídicos. Podría suceder, por ejemplo, que los gases deletéreos de la chimenea de una casa ó de varias casas perjudicaran la salud de un vecino, y si el uso de esas chimeneas fuera un ejercicio legítimo del derecho de propiedad, de acuerdo en un todo con los reglamentos de salubridad, ese uso no constituiría un hecho contrario al derecho.

Debe notarse que el Código alemán no comprende en el articulo 823 los atentados contra el honor, ni los perjuicios causados al crédito de una persona. Esta materia ha sido legislada por el artículo 824, cuyo texto es el siguiente: « El que contrariamente á la verdad afirme ó divulgue un hecho capaz de perjudicar el crédito de otra persona ó de causar otro perjuicio en su posición actual ó en su porvenir, debe indemnizar el daño causado, aun cuando no haya conocido la inexactitud del hecho, desde el momento en que debió necesariamente conocerla. Por el hecho de una comunicación cuya inexactitud no es conocida por la persona que la hace, no hay obligación de

reparar el daño causado si el que hace la comunicación ó el que la recibe tenían en ella un interés legítimo ». Esta última parte tiene por objeto no impedir el funcionamiento regular de las oficinas de informaciones. La primera parte del artículo fácilmente se comprende, y se completa con las disposiciones de los artículos 186 y 187 del Código Penal.

Tampoco comprende el artículo 823 los casos de seducción, que se rigen por los artículos 1300, que erige en delito civil la seducción, [1] y por el que establece que cualquiera que determine á una persona del sexo femenino por artificios, por amenazas ó por abuso de una relación de dependencia á consentir en una cohabitación fuera de matrimonio, está obligado á reparar el daño que de ello haya resultado. No se exige que la seducción se haya operado mediando esponsales, ni que ella consista en una falsa promesa de matrimonio, ni que se trate de mujeres de costumbres irreprochables. Basta con que se reunan los extremos exigidos por la ley.

Nuestro Código, se ha limitado á establecer el principio general de que todo acto ilícito del hombre, que cause perjuicio á otro, impone á aquel por cuyo dolo, culpa ó negligencia ha sucedido, la obligación de repararlo. [2] La disposición legal comprende todos los actos ilícitos, todas las violaciones al derecho ageno. Más adelante tendremos ocasión de interpretar el principio al aplicarlo á algunos casos particulares. Y, la falta de una clasificación de las obligaciones legales, procuraremos sustituirla por un estudio detenido de cada uno de los elementos que integran el principio de la culpa aquiliana.

¿Cuáles son los efectos civiles de la gracia ó de la amnistía que pueden favorecer al autor de un delito?

¿La gracia extingue la acción civil, no obstante la violación del derecho privado ajeno? La jurisprudencia ha

---

(1) Artículo 1300.
(2) Código Civil, artículo 1293.

resuelto siempre la cuestión negativamente: la gracia suprime la pena, pero deja subsistente el delito. De suerte, que no puede haber cuestión, en el sentido de que subsiste la violación del derecho, y subsiste, por lo tanto, la acción de reparación de perjuicios.

Más discutible es el caso de amnistía, caso que se puede presentar tratándose de delitos políticos.

La amnistía tiene efectos más extensos que la gracia,—pero,—por más extensos que sean, no pueden suprimir el derecho de reparación existente en beneficio de la víctima del delito. La cuestión se ha discutido, en teoría al menos, entre nosotros, después de los movimientos revolucionarios.

Suprimido el delito de rebelión ¿queda suprimida la acción civil de reparación de perjuicios?

La solución debe darse de acuerdo con los principios; una ley de amnistía suprime el delito, pero suprime el delito penal únicamente, y no prohibe á los perjudicados intentar la acción civil de daños y perjuicios, fundada en el hecho ilícito de la perturbación de intereses y en el atentado dirigido contra derechos civiles.

Esta es la solución unánime de la doctrina y de la jurisprudencia, (1) y solamente mediando una disposición expresa de la ley que derogue los principios del Código Civil, es que podría negarse ante el juez ó tribunal el favorecido por la amnistía á pagar una suma por daños y perjuicios, desde que no puede desconocerse que su hecho es ilícito, aún cuando este hecho ilícito estuviera comprendido en una ley especial sobre amnistía.

La Alta Corte de Justicia con motivo de la visita de cárceles,—y de acuerdo con las facultades que le acuerda el artículo 330 del Codigo de Instrucción Criminal, decreta sobreseimientos en causas de naturaleza leve, ó cuando solamente se solicita por el Ministerio Público la aplicación de penas correccionales.

---

(1) Carpentier — Repertoire de droit franeais. Tomo 32 — Responsabilité Civile núm. 70.

Ahora bien: el artículo 10 del mismo Código dice que la sentencia absolutoria, — ó el sobreseimiento en la causa extinguen toda acción civil contra el acusado. ¿Cuando la Alta Corte de Justicia decreta sobreseimientos, — éstos, — extinguen toda acción civil contra el acusado?

La cuestión debe resolverse negativamente. El artículo 370 del Código de Instrucción Criminal acuerda á la Alta Corte una especie de derecho de gracia, y por esta facultad extraordinaria es que puede sobreseer en ciertas causas. Pero, *sobreseimiento en la causa* es el que determinan los artículos 105 y 191 del mismo Código, y que sólo se decreta, cuando el Ministerio Público ó el particular ofendido en el caso de acción privada no encuentran mérito suficiente para entablar acusación después de estar completo el sumario. Es este sobreseimiento decretado por los jueces competentes el único que extingue la acción civil contra el acusado; y esta misma extinción, no es tan absoluta como á primera vista podría parecerlo. Esto lo veremos más adelante al ocuparnos de la cosa juzgada, y especialmente de los efectos de la sentencia criminal sobre la civil y de la última sobre la primera.

En ciertos casos, violan el derecho ajeno, ciertos actos que son la resultante de una obligación legal de la persona que los ejecuta, ó del cumplimiento de una orden de la autoridad pública. Esta es una cuestión que se relaciona con la responsabilidad del Estado y de los funcionarios, cuyo estudio corresponde al derecho administrativo, y si la indicamos es por su relación directa con la materia que estudiamos.

CAPÍTULO III

LOS ELEMENTOS DE LA CULPA EXTRA CONTRACTUAL

La violación del derecho ajeno (Continuación)

El abuso de derecho.—Parece que el mismo lenguaje se resistiera á expresar que puede abusarse del derecho. Derecho y abuso son términos absolutamente opuestos, y parece evidente que donde existe el derecho no cabe el abuso, y que donde empieza el abuso cesa el derecho.

Sin embargo, la doctrina, la jurisprudencia y, aún, la legislación [1] positiva han acogido, ó mejor dicho, se han ocupado con interés de la doctrina del uso *abusivo* de los derechos, ó más brevemente del abuso del derecho.

De esta doctrina nos ocuparemos hoy.

La ciencia jurídica durante muchísimo tiempo ha colocado entre sus principios fundamentales el siguiente: «el que usa de su derecho no daña á nadie» [2].

Este principio admitido sin discusión, y, sin examen, ha sido puesto últimamente en tela de juicio, y ha sido discutido y sometido á severos análisis,—siendo hoy, numerosos los autores que enseñan que si bien el que usa de un derecho no daña á nadie,—el que abusa de un derecho debe ser obligado á reparar los perjuicios que cause con su conducta.

Y la doctrina ha hecho camino, y ha sido incorporada al Código Civil alemán, que dice: «el ejercicio de un derecho no es permitido cuando él no puede tener otro fin que el de causar un daño á otro». El proyecto de Código suizo establecía que «el que abusa evidentemente de su derecho, no goza de ninguna protección legal». Saleides criticaba con justicia esta fórmula demasiado vaga,

(1) Código Civil alemán, art. 226.—Código Suizo Civil, artículo 2.º.
(2) Código Civil, artículo 1295.

la cual ha sido incorporada, en definitiva, al Código suizo, aún que con diferente redacción: « El abuso manifiesto de un derecho no es protegido por la ley ».

Nuestro Código Civil en su artículo 1295 ha establecido la siguiente disposición que se encuentra también en el Código Civil argentino (2): « El que usa de un derecho no daña á otro, *con tal que no haga exceso de su parte* ».

Corresponde, pues, investigar si es acertada la doctrina que obliga á reparar los perjuicios causados por el abuso en el ejercicio de un derecho, y, si ella ha sido incorporada á nuestro Código Civil.

Doctrinas que admiten el abuso del derecho

No todos los autores que aceptan la teoría del uso abusivo de los derechos. Algunos tratan de explicar esta doctrina con independencia de todo criterio subjetivo, otros, por el contrario, investigan si hubo ó no hubo intención de perjudicar, y la mayoría de ellos difieren sobre su alcance y sobre su interpretación.

Muchos autores consideran que lo que caracteriza el abuso del derecho es la intención de hacer daño. En principio, el que usa de un derecho no daña á nadie, pero, si hay un uso intencionalmente dirigido, intencionalmente calculado con el único fin de perjudicar á otro, el ejercicio del derecho se convierte en abuso, y debe nacer una acción de responsabilidad contra quien procede inspirándose en móviles tan inmorales y antisociales. Un derecho ejercido sin interés positivo, sin motivo legítimo, únicamente por perjudicar á otro, se convierte en un acto ilícito y condenable.

Sourdat dice que existirá culpa, y aún delito de parte de aquella persona que, teniendo diversas maneras de ejercer su derecho hubiera elegido, sin necesidad y con el propósito manifiesto de dañar, aquella que pueda perjudicar á otro.

El principal argumento sobre el cual se basan estos autores se funda en la equidad. Es absurdo admitir de-

rechos ilimitados. Los derechos deben ejercerse de un modo normal, y no por el placer perverso de perjudicar á los demás.

Deffau-Lagarosse admiten que en principio el ejercicio de un derecho no puede dar lugar á una acción de daños y perjuicios. « Pero los derechos existen porque ellos son necesarios al progreso material y moral del individuo. No hay derecho sin un interés material y moral que le sirva de base, y que motiva y justifica su ejercicio. Esta idea es la misma enunciada bajo una forma ligeramente diferente en la máxima: «sin interés no hay acción.»

Por otra parte, los derechos están lejos de presentar un carácter absoluto. Están limitados por el respeto debido al derecho ajeno, por la inviolabilidad de la persona y sus atributos. Desde luego, es posible determinar la medida dentro de la cual debe encerrarse el ejercicio del derecho para ser legítimo. No deberá atentar contra la integridad de la persona ó del derecho de otro. La ausencia de motivos legítimos, de un interés serio y lícito en el ejercicio del derecho, puede realizar el elemento moral del delito ó cuasi delito civil. Entonces no hay verdaderamente ni dereeho, ni ejercicio del derecho. Hay acto abusivo que compromete la responsabilidad de su autor».

Duffau-Laugarosse agrega también un argumento histórico en favor de su teoría, — y lo descubre en la acción pauliana. « Para revocar un acto, que, en definitiva, no era otra cosa que el uso de un derecho, los jurisconsultos rumanos exigían el *consilium fraudes.* Hay en él, un interés ilícito, y es por eso, que el acto puede ser anulado. Probablemente se objetará que *el soi dissant* principio de que la ley dispone que nadie debe usar de su derecho sino mediando motivos legítimos, no se encuentra escrito en ninguna parte. El Código no ha hecho ninguna aplicación. ¿Sobre qué se basa la afirmación de su existencia? En que, el legislador debe haber creído inútil dictar reglas evidentes por sí mismas». Y, como ejemplo, de uso abusivo condenado por la ley se presenta,—en el contrato de so-

ciedad celebrado sin tiempo determinado para su duración,—el caso de renuncia intempestiva.

Capitant, sostiene también una teoría análoga. El ejercicio de un derecho con intención de dañar, constituye un hecho ilícito, y trae aparejada una acción de responsabilidad. Pero, el ejercicio de un derecho con negligencia ó imprudencia que perjudica á terceros debe también traer aparejada la misma responsabilidad.

Doctrinas que no admiten el abuso de derecho

Planiol, no acepta la doctrina del abuso de derecho. Hace notar que toda la doctrina reposa sobre un lenguaje no muy bien estudiado, y que la fórmula « uso abusivo de los derechos » es una *logomaquía* « porque cuando yo uso de mi derecho mi acto es lícito, y cuando es ilícito,— porque yo me extralimito de mis derechos, y obro *sin derecho, injuria:* como diría la lex aquilia ». Al negar el uso abusivo de los derechos, no pretende Planiol hacer pasar por permitidos y lícitos los actos condenables que la jurisprudencia ha reprimido y que se comprenden en esa fórmula; al contrario, Planiol puntualiza muy bien este punto: todo acto abusivo por el solo hecho de serlo es ilícito: *no es el ejercicio de un derecho.* En una palabra: « el abuso de derecho no constituye una categoría jurídica distinta del acto ilícito ».

El derecho cesa donde el abuso comienza — tal es la objeción fundamental que Planiol opone á la doctrina del abuso de derecho.

El origen del error en que incurren los que sostienen la doctrina que Planiol combate, se encuentra en que se han olvidado los principios fundamentales de la ciencia jurídica. Los derechos rara vez son absolutos. Casi siempre se encuentran limitados, en su extensión, y en su ejercicio. Cuando se pasan los límites ó no se cumplen las condiciones, se obra sin derecho. Si puede haber abuso en la conducta de los hombres, no es seguramente cuando ejercen sus de-

rechos, sino cuando proceden *sin derecho*. En el fondo concluye Planiol, todo el mundo está de acuerdo sobre el fondo: unos dicen que hay uso abusivo de los derechos; y otros contestan que hay actos ejecutados sin derecho. La sola novedad, si novedad puede llamarse, que ha traído esta doctrina, es la de hacer notar las variaciones considerables y continuas de la concepción de los derechos. Tal derecho, considerado absoluto, ha cesado de serlo: tal otro, que tenía algunas restricciones tiene hoy muchísimas otras que antes no lo limitaban (1).

Planiol critica también al criterio simplista con que proceden, los que atribuyen un papel decisivo en la doctrina del abuso derecho á la intención de dañar, y recuerda que la idea es generosa, pero, al concebirla se ha olvidado que los hombres pasan la vida causándose perjuicios los unos á los otros. « La vida de las sociedades es una lucha perpetua y universal; toda acción y todo trabajo es un hecho de concurrencia económica, social; todo hombre ó toda nación que adquiere una superioridad en una rama cualquiera de su actividad lo hace suplantando los otros; suprime concurrentes, los perjudica, y goza del derecho de perjudicarlos. Tal es la ley de la naturaleza, y la humanidad no tiene interés en sustraerse á ella, porque perdería al mejor estimulante contra la inercia. Es absurdo obligar á quien triunfa á expensas de otros á indemnizar á sus concurrentes desgraciados.

Baudry Lacantinerie se expresa en estos términos: «Creemos deber asociarnos á los autores que combaten la teoría considerándola inexacta:

« El derecho cesa donde el abuso comienza » — dice bien Planiol, — y no puede haber uso abusivo de un derecho cualquiera, por la razón irrefutable de que un sólo y mismo acto, no puede ser á la vez, conforme al derecho, y, contrario al derecho. Lo que es indudable es que los derechos no son casi nunca absolutos. La mayor parte

---

(1) Planiol, II, § 870.

están limitados en su extensión y sometidos para su ejercicio á condiciones diversas. Cuando se sale de estos límites ó se falta á esas condiciones, se obra en realidad sin derecho. Puede haber abuso en la conducta de los hombres, pero no cuando ejercen sus derechos, sino cuando los ultrapasan.

«Inspirándonos en nuestro colega Esmein, diremos: «Entretanto una persona se encierra en los límites de su derecho, puede cometer una *falta moral*, pero no una falta jurídica. — Si como lo pretende la opinión contraria, los jueces deben reprimir el abuso de derecho, es necesario determinar cómo se le podrá reconocer, porque es inadmisible, que la muy delicada cuestión de saber si alguien abusa de su derecho, pueda resolverse independientemente de todo principio directriz. El acuerdo existe á este respecto. En consecuencia, los partidarios de la nueva teoría se han lanzado á la busca de un criterio. Los más autorizados de entre ellos estiman que el abuso de derecho podría resultar de la simple intención de dañar. Sería muy difícil descubrir esa intención. Aquel á quien se reprocha haber abusado de su derecho, alegará siempre que tenía un interés legítimo en hacer de su derecho el uso que se impugna. De suerte que el demandante por daños y perjuicios estará siempre en la necesidad de establecer que no era así. Ahora bien: le será imposible presentar esta prueba y, por consiguiente, en la práctica, la protección que se espera de la teoría del abuso de derecho, será ilusoria. Es necesario buscar nuevos puntos de vista. Saleilles, primeramente insinuó, que se debía investigar si el derecho era ejercido conforme á su fin económico y social. Aunque á primera vista esta opinión sea seductora, es necesario abandonarla. Se propone referirse al fin económico y social. Pero ese fin ¿en qué momento hay que considerarlo? ¿Se trata del fin económico y social que el legislador había tenido presente cuando ha consagrado el derecho? ¿O se trata del que conviene actualmente acordar al derecho, teniendo en cuenta las

transformaciones que se han producido después que aquél ha recibido su consagración legislativa? — Es indudablemente bajo este segundo punto de vista que los sostenedores de la teoría del abuso de derecho pretenden colocarse. La teoría del abuso de derecho insiste sobre que es necesario adoptar la jurisprudencia á los progresos sociales, al desenvolvimiento de la solidaridad. Ella se refiere así al destino económico y social que conviene atribuir actualmente al derecho. Pero ¿dónde queda el pretendido criterio? Los jueces pueden siempre decir que ese destino se ha modificado en tal ó cual medida, á consecuencia de la evolución social. Pueden también declarar que tal derecho no tiene ni fin económico, ni utilidad social, y que se abusa de él desde que se empieza á usarlo.

«En un reciente estudio, Saleilles ha abandonado la teoría que acabamos de criticar. Propone la adopción de este principio: «Un acto cuyo efecto no puede ser otro que el de dañar á otro, sin interés apreciable y legítimo para quien lo cumple, no puede jamás constituir el ejercicio lícito de un derecho.»

La nueva teoría no nos parece que presente mayores garantías que la precedente. La apreciación de la utilidad que un acto procura á su autor, es esencialmente subjetiva y necesita, como la investigación directa de la intención, averiguaciones extremadamente delicadas.

Por otra parte, la investigación directa de la intención y la comprobación del interés se confunden. Yo hago levantar sobre mi casa una construcción ligera, por ejemplo, un taller de fotografía. Mi vecino pretende que esa construccion sólo tiene por objeto privarle el aire y quitarle la luz; que no tiene para mí interés digno de protección legal. Yo respondo que hago fotografías. ¿La investigación del interés que el acto me procura, no será absolutamente subjetiva? (1)

(1) Baudry, Lacantinerie, Barde. — Obligations, 4, f. 2, 855.

Antes de llegar á las conclusiones generales sobre la teoría, conviene estudiar sus aplicaciones.

Se han presentado numerosos casos en que rigen los principios arriba indicados. Veamos algunos.

Se instala una casa de prostitución en cualquier parte de la ciudad; los vecinos, y especialmente, los propietarios contiguos, sufren de inmediato las consecuencias de la instalación de esa casa; y se plantea una cuestión de intereses de este modo: el propietario que alquila su casa para establecer, ó que establece por sí mismo, una casa de prostitución, usa de su derecho, y sin embargo, la jurisprudencia y la doctrina reconocen á los propietarios de las casas vecinas, y aún á los arrendatarios, el derecho de entablar una acción civil, exigiendo la reparación del perjuicio que le causa la instalación de esa casa. ¿De dónde emana esta acción, si el propietario de la casa donde se ha instalado el comercio ilícito usa de su derecho al procurar obtener la mayor renta posible? Tiene que emanar se contesta, del uso abusivo del derecho, porque como tal debe considerarse el que hace un propietario al establecer una casa de prostitución.

Indudablemente, es exacto que la doctrina y la jurisprudencia, en Francia y en Italia, se pronuncian en el sentido de reconocer el derecho de los propietarios vecinos á una acción de daños y perjuicios contra el propietario que instala una casa de tolerancia, y los tribunales franceses acuerdan generalmente una indemnización; pero no la acuerdan porque exista un uso abusivo del derecho: las palabras *uso* y *abuso* del derecho son contradictorias; donde empieza el abuso concluye el derecho. En este caso, como en todos, lo que ocurre es que el propietario puede hacer uso de su derecho, pero no tiene la facultad legal de perjudicar á sus vecinos, y precisamente, el derecho de propiedad, como todo derecho, está limitado por el derecho ajeno.

Se recuerdan otras aplicaciones interesantes de la doctrina del uso abusivo del derecho: una de ellas, es la

que se presenta sobre la interdicción de trabajo, decretada por los sindicatos obreros, ó por las asociaciones gremiales, contra determinados trabajadores, inspirándose en un propósito de prevención, ó en que el obrero no está afiliado al grupo gremial, ó en que el obrero no se somete á las condiciones de trabajo fijadas por la asociación. No es la interdicción de trabajo violenta ó provocada por maniobras fraudulentas, es la interdicción de trabajo notificada al interesado, ó al patrón, haciendo saber—que la celebración de un contrato de trabajo con el obrero excluído, importa la ruptura con el sindicato, y la huelga de los obreros afiliados al mismo. Se recuerda el caso de un obrero que había abandonado al sindicato de que formaba parte. El sindicato decretó contra él la interdicción de trabajo, y amenazaba con la huelga á los patrones que intentaran admitir el obrero excluído.

La situación jurídica era clarísima, respecto del derecho que tenía el obrero puesto en el index de prohibición de celebrar un contrato de trabajo con cualquier patrón; y era igualmente clarísima respecto del derecho que tenían los obreros sindicados de abandonar el trabajo. El obrero se quejaba de que se atentaba á su libertad de trabajo; los demandados reconocían la verdad de los hechos alegados por el demandante, declaraban que no querían trabajar en los talleres en que él trabajaba, y concluían sosteniendo que se atentaría á su libertad de trabajo, si se les quisiera obligar á trabajar en condiciones que su conciencia y su interés rechazaban.

La sentencia de primera instancia fué favorable al sindicato; el derecho de asociación y coalición de los obreros es legítimo, y está basado en la libertad individual. Lo que un obrero aislado puede hacer, pueden hacerlo los obreros coaligados. Ahora bien: un obrero aislado, en ausencia de contratos especiales que limiten su acción, tiene el derecho de cesar de trabajar con razón ó sin ella, y por consiguiente, porque no quiere trabajar junto con otro obrero. Luego, no puede desconocerse á los obre-

ros coaligados el mismo derecho. El hecho de que la coalición disponga de mayores fuerzas que un obrero aislado, no altera la situación jurídica; no es una cuestión de derecho; es una cuestión de fuerzas económicas. (Tribunal de Burgoin).

La Corte de Grenoble confirmó la sentencia del Tribunal de Bourgoin, pero, sus fundamentos no fueron tan radicales; su fallo se funda en la legitimidad de la defensa profesional, de la lucha económica, puesto que motivó la exclusión del obrero; pero, deja á salvo la posibilidad de imponer una sanción á los sindicatos que intenten decretar interdicciones de trabajo, obedeciendo á sentimientos de hostilidad, ó de malevolencia para ciertos obreros.

La Corte de Casación revocó definitivamente estas sentencias. Su abogado general, Bruzot, sostuvo la necesidad de casar la sentencia de la Corte de Grenoble fundándose en los siguientes argumentos:

1.º Es necesario no confundir el hecho ilícito con el hecho delictuoso. Que no haya delito en la coalición,—y en la exclusión de un obrero, no significa que no haya tampoco hecho ilícito;—es evidente que puede haberlo.

2.º El uso de un derecho,—cualquiera que sea el perjuicio que pueda resultar para otro,—es lícito cuando se trata de *proteger un interés legítimo*; pero, cesa de serlo cuando tiene por único móvil la intención de perjudicar á otro: hay en tal caso uso abusivo del derecho, que da lugar á una acción de daños y perjuicios. En el caso en discusión, los afiliados al sindicato no tenían un interés legítimo en decretar la interdicción de trabajo contra el obrero; no se trataba de las condiciones de trabajo, puesto que el obrero excluido ni aceptaba salario más reducido, ni se sometía á más duras condiciones de trabajo. La interdicción de trabajo tenía por fin único, el propósito de perjudicar á ese obrero, constituía un uso abusivo del derecho: había lugar á una acción de daños y perjuicios.

La Corte de Casación aceptó en esta parte las conclusiones de su abogado general en estos términos: «Considerando... que después de la derogación del artículo 416 del Código Penal, las amenazas de huelga dirigidas sin violencias ni maniobras fraudulentas por un sindicato á un patrón, como consecuencia de un concierto previo de sus miembros, son lícitas cuando ellas tienen por objeto la defensa de los intereses profesionales, pero no lo son cuando tienen por fin imponer al patrón la exclusión de un obrero porque no quiere entrar en el sindicato ó porque se ha retirado del mismo; que en este caso, hay un atentado al derecho ajeno, que autoriza, si esas amenazas tienen resultado, la exigencia de una indemnización de daños y perjuicios de parte del obrero despedido...»

Además se han invocado los principios de la teoría del uso abusivo del derecho respecto de la ruptura intempestiva del contrato de trabajo,—de las huelgas provocadas por móviles ajenos á la lucha entre el capital y el trabajo,—de la iniciación de pleitos inspirados en el único propósito de perjudicar á otro (1),—de numerosas limitaciones al derecho de propiedad una de las cuales ya hemos tenido ocasión de indicar con motivo del establecimiento de casas de prostitución (2)—de los derechos de crítica literaria, científica y artística condicionados por la jurisprudencia que los admite siempre que se proceda con honestidad y lealtad, pero que los considera abusivos siempre que se inspiren en propósitos malevolentes ó que se manifiesten en alegatos ó imposiciones hirientes

---

(1) La jurisprudencia de la Corte de Casación francesa, establece que hay abuso de citación (abuso de derecho) en la iniciación de un pleito con el fin de molestar al adversario.

(2) El Tribunal del Sena acordó en 1902 una indemnización de daños y perjuicios á M. Martu, comerciante de flores artificiales instalado en la calle Trevise, próximo al *Folies Bergere*. Este comerciante se apercibió en Enero de 1902 que sus flores perdían sus colores,—y además cayó enfermo. Martin acusó como causa de los perjuicios unos leones que exhibían en el teatro nombrado, y cuyas exhalaciones perjudicaban los salones de las flores. Demandó al propietario del inmueble donde estaba instalado el Folies Bergeres, probó la verdad de sus afirmaciones, y el Tribunal le acordó una indemnización de 3.000 francos.

ú ofensivas contra el autor ó inventor, de los derechos de los novelistas ó autores teatrales á quienes no puede permitirse utilizar en sus obras los nombres de las personas existentes, ó los rasgos de sus personalidades en la forma que pueda causarles perjuicios materiales ó en su honor, y de numerosos casos cuya enumeración sería interminable.

Con estos antecedentes estamos habilitados para hacer algunas consideraciones de carácter general sobre la doctrina del abuso del derecho, cuyos orígenes descubren sus defensores en los textos romanos, y que ha sido sostenida por Toullier [1], Proudhon [2]. Larombière [3], Saleilles [4] Sauzet [5].

No hay duda, de que en el conjunto de la doctrina del abuso del derecho hay un fondo de verdad: no es posible á título de ejercer un derecho, convertirse en un azote de los intereses ajenos. El derecho no puede constituir una patente de corso para hacer daño á los demás. Saleilles al defender la doctrina, repitiendo una frase de Rosell sobre el Código Suizo, dice, que, si el Código Civil francés fué y ha sido la razón escrita, en el porvenir debe ser la conciencia escrita. La dificultad aparece cuando se trata de cristalizar en una fórmula jurídica esta generosa aspiración. Hablar de abuso de derecho es abusar del lenguaje sin adelantar absolutamente nada. Como lo dicen muy bien Baudry Lacantinerie y Barde, es inadmisible que la muy delicada tarea de saber cuando hay abuso de derecho se resuelva independientemente de todo criterio directriz [6]. Y de aquí, los grandes esfuerzos hechos por los partidarios de la novedosa doctrina con el propósito de descubrir el anhelado criterio. Unos ajustándose á un criterio subjetivo, pretenden concretar la

---

(1) Tomo II, Núm. 119.
(2) Proudhon — De l'usufruit III, Núms. 1485 y 1486.
(3) Larombiére -- VII — Arts, 1382 y 1383 Núms. 11 y 12.
(4) Bulletin de la societé dletudes legislatives, 1905.
(5) Anales de Droit Comercial, 1891 101.
(6) Bandry Lacantinerie-Barde—Obligations, 4.º, 2855.

doctrina en una fórmula análoga á la del Código Alemán· «El ejercicio de un derecho no es permitido cuando él no puede tener otro objeto que el de causar un daño á otra persona.» Pero, esta intención única de perjudicar, difícilmente podrá ser demostrada. El demandado encontraría, en todos los casos, excusas más ó menos aceptables que, colocaran á su adversario en la imposibilidad de probarle que su *única* intención fué la de perjudicarlo. Con razón han dicho Baudry Lacantinerie-Barde [1] y Saleilles [2], que esta prueba imposible hace ilusoria la doctrina del abuso del derecho.

Saleilles intentó sustituir, como hemos visto hace un momento, este criterio subjetivo por un criterio objetivo. «La verdadera fórmula, decía, sería aquella que descubriera el abuso de derecho en el ejercicio anormal del derecho, ejercicio contrario al destino económico ó social del derecho subjetivo, ejercicio reprobado por la conciencia pública y *sobrepasando*, por consiguiente, el *contenido del derecho, puesto que todo derecho, del punto de vista social es relativo, y que no hay derechos absolutos, comprendiendo entre ellos el de propiedad.*»

Saleilles ha dicho la verdad. Los casos de abuso de derecho que se presentan son, en realidad, casos en que *se ha sobrepasado el contenido del derecho, casos en que se ha olvidado* que no hay derechos absolutos, que todos los derechos son relativos; pero, al plantear la cuestión en estos términos no debe hablarse de abuso del derecho,— sino de determinar dónde empiezan y dónde acaban los derechos. No se trata de saber cuándo se usa y cuándo se abusa;—se debe investigar cuál es la frontera que separa el derecho de cada uno del derecho de los demás. No se hable, pues, de abuso del derecho, y procédase á precisar los límites que separan unos derechos de los otros.

Pero la fórmula que propuso Saleilles de determinar el

(1) Obra citada, 4.°, 2855.
(2) Oblig. dans le Code C. Alemán, pág. 331, nota.

fin económico ó social del derecho ejercido para saber cuándo hay uso, y cuando abuso, ó mejor dicho, cuándo se sobrepasa el contenido del derecho, es demasiado vaga é indeterminada. Un socialista de tendencias radicales sostendrá que la propiedad no tiene fin económico, ni social, en la actualidad,—y pretenderá imponer tales limitacíones al derecho, que, prácticamente lo dejarán reducido á cero.

Saleilles comprendió los grandes inconvenientes de su fórmula, y ha propuesto una nueva solución con motivo de los estudios preparatorios de la reforma del Código Civil Francés: «Un acto cuyo efecto no puede ser otro que el de perjudicar á una persona, sin interés apreciable y legítimo para quien lo ejecuta, no puede constituir nunca el ejercicio lícito de un derecho.» El criterio sería objetivo; no se entraría á investigar la intención, como ocurre dentro de la fórmula del Código Civil Alemán; se procuraría saber si el acto ó actos ejecutados es suceptible de procurar un interés cualquiera de los que proteje la ley aunque sea puramente moral.

Pero, como muy bien lo hacen notar Baudry Lacantinerie-Barde — la nueva fórmula del abuso del derecho no adelanta nada sobre las anteriores. ¿Puede prescindirse, acaso, en la investigación del interés que un acto procura de todo elemento intencional? ¿La investigación de ese interés pecuniario ó moral no tendrá que hacerse siempre penetrando intenciones y descubriendo sentimientos?

En el fondo sólo hay una verdad, volvemos á repetirlo: todos los derechos tienen sus límites,—y es necesario determinar cuáles son estos límites en el ejercicio de cada derecho.

Nuestro Código Civil ha estado acertado al establecer que *el que usa de su derecho* no daña *á otro, con tal que no haya exceso de su parte* [1]. Un partidario de la doctrina del uso abusivo del derecho, creería encontrar la

(1) Código Civil, 1295.

consagración de la discutida teoría. Nosotros debemos encontrar solamente un sabio y prudente recuerdo de que no hay derechos absolutos, y de que los derechos tienen límites. Toca á los intérpretes de la ley, y á los encargados de aplicarlas, resolver cuáles son esos límites y cuándo una persona, excediéndose en su acción, invade la esfera en que desarrolla sus actividades otra persona y perjudica los derechos de ésta. (1)

---

(1) El Código F. Suizo estableciendo que el abuso manifiesto de un derecho no es protegido por la ley (artículo 2.°) no adelanta nada, ni ofrece ninguna solución aceptable. Además, ¿cuando el abuso es manifiesto?—He aquí la cuestión á resolverse.

CAPÍTULO IV

LOS ELEMENTOS DE LA CULPA EXTRACONTRACTUAL. — LA VIOLACIÓN DEL DERECHO AJENO. — ACCIONES Y OMISIONES..

El derecho ajeno puede violarse por acciones y por omisiones. Se viola por acciones, cuando con un acto, intencional ó culpable, se causa un perjuicio á otro, cuando se ejecuta alguna cosa que se estaba obligado á no ejecutar. Y se viola por omisiones, cuando se atenta al derecho ajeno, absteniéndose de ejecutar un acto que era legalmente exigible. Así, por ejemplo: sobre un hecho negativo ó de omisión descansa la presunción de responsabilidad por los daños causados por los animales.

Históricamente, tiene interés esta distinción, entre el hecho de omisión y el de comisión; pero hoy en día, se acepta que la responsabilidad por el hecho propio puede tener su origen tanto en hechos positivos como en «hechos negativos». El tercer capítulo de la ley Aquilia no comprendía *el hecho de omisión,* exigía una *acción* que causara la *injuria*; pero, si bien la ley sólo consideraba la culpa *in faciendo,* el pretor y la jurisprudencia extendieron su aplicación á la culpa *in omitendo.*

No hay duda de que estas tendencias han predominado, y se incurre en responsabilidad, tanto por acciones como por omisiones. Sin embargo, han surgido divergencias respecto al criterio que debe seguirse para establecer cuando hay culpa por omisión.

Mientras la mayoría de los autores, entiende que hay culpa por omisión, cuando no se impide lo que hubiera podido impedirse, y que se *tenía la obligación de impedir,* — otros, — los menos, — han entendido que hay culpa por omisión cuando no se evita que se produzca un daño, encontrándose en condiciones de conjurarlo ó más sim-

plemente, que el no impedir un hecho ilícito, pudiendo hacerlo, constituye culpa por omisión.

Nuestro Código ha establecido, siguiendo las enseñanzas de la mayoría de los autores, que el hecho ilícito puede ser *negativo* ó *positivo*, según que el derecho infringido consista en hacer ó no hacer [1]. Tanto el uno como el otro pueden inferir *injuria* [2].

Toullier entiende que la persona que, pudiendo impedir la realización de un hecho ilícito, no lo hace, incurre en culpa, incurre en una especie de complicidad. Marcadé ha refutado en estos términos la doctrina de Toullier: «No ha comprendido (Toullier) que la omisión debe ser ilícita, y que así como el hecho positivo no obliga sino cuando importa la ejecución de un acto prohibido por la ley,—de igual modo el hecho negativo no puede obligar sino en el caso de que importe la abstención de una cosa ordenada por la ley. Así, como yo sólo respondo de lo que he hecho cuando estaba obligado á no hacerlo, también sólo respondo de lo que no he hecho cuando estaba obligado á hacerlo. No basta que yo haya podido hacerlo; es necesario que yo estuviera obligado á hacerlo... Sólo se trata de hechos, sean positivos, sean negativos, que representan la violación de un deber. Y nótese bien que se trata de la violación de un deber propiamente dicho, de uno de esos deberes generales que existen en provecho de todas las personas» [3].

Laurent considera la doctrina de Toullier contraria á los principios. Es necesario que esta obligación sea una obligación legal; la falta de observación de un deber de caridad no constituye un delito civil. Al hablar de especie de complicidad, Toullier entiende una especie de complicidad moral. Esto, es confundir el dominio de la moral con el dominio del derecho. Si pudiendo impedir un in-

---

(1) Artículo 1293: Marcadé, V, página 297; Laurent, XX, 388 á 390; Planiol, 2, 904; Aubry Rau, V, 746; Larombiere, 5.º, 1332, 1383, número 5 y otros; Giorgi, V, 151.

(2) Nuestro Código Civil ha empleado el término injuria en su sentido jurídico en el artículo 1220.

(3) Marcadé, V. 297.

cendio, no lo impido, soy moralmente culpable; pero no cometo delito ni cuasi delito, porque no estoy legalmente obligado á extinguir el incendio [1].

No hay duda de que los autores que así opinan interpretan fielmente el texto legal. Windscheid ha resumido la doctrina dominante en esta fórmula: una omisión obliga sólo cuando la acción estaba impuesta por una actividad precedente ó concomitante [2].

Pero, un estudio atento de las disposiciones de la ley, nos obliga á señalar sus deficiencias y su irritante injusticia. Un hombre camina por un campo, cuyas plantas se encuentran completamente secas. En un momento de distracción se le cae al suelo, ó lo arroja, un cigarro encendido. Se produce un incendio. Comprobado el hecho imprudente de haber arrojado el cigarro, debe ser obligado, de conformidad con los principios admitidos, á indemnizar los perjuicios causados por el incendio.

Bien: detrás de ese hombre camina uno de esos individuos egoístas, incapaces de hacer bien á nadie, y que se regocijan con las desgracias ajenas. Observa que cae el cigarro; observa que se encienden algunas hojas secas. Colocando un pie encima del fuego, sin apartarse de su camino, y sin ninguna molestia, puede conjurar el peligro. Pero prefiere no hacer nada, prosigue su marcha y va á colocarse á una distancia prudente para poder presenciar con comodidad el espectáculo de un gran incendio. Este individuo perverso no incurre en ninguna responsabilidad.

Realmente, una injusticia irritante salta á la vista. Pero la ley es la ley, y el deber de los que investigan sus deficiencias, es indicar la mejor forma de subsanarlas.

A primera vista, pudiera parecer que la solución se encontraría en la doctrina de Toullier. Pero esta doctrina sería demasiado amplia y podría imponer cargas demasiado onerosas. En realidad, el principio legal es exacto. El que se ha abstenido de ejecutar un acto *que estaba*

(1) Laurent, XX. 388.
(2) Windscheid, tomo II, núm. 455.

obligado á ejecutar, pudiendo hacerlo, incurre en responsabilidad. Este es el principio jurídico que debemos considerar exacto, y que se completaría — como lo hace notar Appleton, imponiendo ciertas obligaciones de carácter general, — convirtiendo algunos deberes morales en obligaciones legalmente exigibles. La persona que, en presencia, de un peligro grave é inminente para otra ó para la propiedad ajena deje de prestar auxilios sin excusa legítima, compromete su responsabilidad penal y civil, siempre que esos socorros no entrañasen para ella peligro, ni carga seria. No podrá obligarse al que observa un incendio á exponer su vida para salvar la ajena ó para extinguirlo. Pero podrá imponérsele la obligación de apagarlo si en ello no hay peligro — ó la obligación de dar aviso á la autoridad ó á los interesados.

Se comprende que esta obligación tiene que ser necesariamente limitada. Pero la solidaridad social y los sentimientos humanitarios exigen que se amplíen los horizontes de la responsabilidad, á fin de impedir iniquidades como la que más arriba se ha señalado.

Los actos ú omisiones que producen la injuria, deben ser ejecutados directamente por la persona que compromete su responsabilidad: ahora nos ocupamos de la responsabilidad por el hecho propio, de la culpa propia; más adelante nos ocuparemos de la responsabilidad por el hecho ajeno, por la culpa de otro.

CAPÍTULO V

LOS ELEMENTOS DE LA CULPA EXTRACONTRACTUAL.—EL PERJUICIO

El segundo de los elementos de la culpa extra contratual, es el perjuicio causado al derecho ajeno. Sin perjuicio no hay interés; sin interés no hay acción. Podría decirse que este elemento está comprendido en el anterior. Claro está que lo fundamental, es la violación del derecho ajeno; si no hay violación del derecho ajeno, aunque existiera un perjuicio, este perjuicio no bastaría para dar nacimiento á una acción de indemnización. De manera que la violación del derecho produce por sí misma la obligación del resarcimiento del perjuicio causado, y el elemento *perjuicio* puede decirse que es un elemento de prueba: probada la violación del derecho, probada la culpa, el perjuicio debe probarse para hacer efectivo el resarcimiento. Sobre este particular, lo más interesante lo tendremos que analizar en el momento de estudiar el resarcimiento de los perjuicios, donde tendremos que investigar, si cabe una indemnización ó un resarcimiento de los daños y perjuicios de orden moral.

CAPÍTULO VI

LOS ELEMENTOS DE LA CULPA EXTRA CONTRACTUAL. — EL ELEMENTO SUBJETIVO: CULPA

El tercero de los elementos es el elemento subjetivo, el elemento culpabilidad.

Para que haya lugar á una reparación no basta que exista una violación del derecho ajeno y que esa violación haya causado un perjuicio; es necesario, además, que esa violación del derecho ajeno, que ese perjuicio, haya sido causado mediando de parte de quien ejecutó el acto ó cometió la omisión, dolo, culpa, imprudencia ó negligencia.

Para el Código, culpa y negligencia ó imprudencia, son la misma cosa, por más que, en realidad, podría establecerse que la palabra culpa comprende la negligencia, comprende la imprudencia, comprende la impericia: es un término más general. El Código ha empleado *negligencia* probablemente con el propósito de aclarar; la palabra *culpa,* comprende todo: es el acto doloso, es una omisión de diligencia, y es, la imprudencia.

Pero la ley no se limita á establecer pura y simplemente esto; dejando de lado los actos ilícitos intencionales (dolo), y atendiendo á los actos culpables en su sentido restringido, resulta que por disposiciones posteriores y por el conjunto, por el contexto de todas estas disposiciones, la ley ha exigido la existencia de dos elementos para que exista culpabilidad: uno de ellos es la inteligencia y otro de ellos es la voluntad [1]. En esto, la doctrina de la culpa en el derecho civil se aproxima y se confunde con la doctrina de la culpa en el derecho penal; — y la doctrina clásica de la culpa en el derecho

(1) En los actos dolosos también existen estos dos elementos.

penal, que establece que los delitos culpables se castigan por haber mediado inteligencia ó voluntad en su comisión, se reproduce en el derecho·civil. El que ha procedido con imprudencia, no ha querido el daño que ha causado, no ha querido la muerte, no ha querido el atentado contra la propiedad ajena; pero, en cambio, ha querido el acto mismo, en sí mismo: si es chauffeur, ha querido marchar á gran velocidad, ó si es industrial, ha querido dar á una máquina á vapor mayor presión de la que resiste, por más que ni uno ni otro hayan querido la muerte de las personas que han resultado victimas de sus procederes; y además de haber querido el acto, de haber tenido voluntad para querer el acto y *no sus consecuencias* [1], ha debido tener inteligencia para prever los efectos del hecho; ha debido tener la previsión necesaria para comprender que ese acto podría tener consecuencias funestas.

Esta doctrina clásica de la culpa extra contractual, se encuentra perfectamente establecida en nuestro Código, que ha exigido especialmente, para que exista delito ó cuasi delito, ciertas condiciones de capacidad. El artículo 1294 dispone que no son capaces dedelito ó cuasi delito los menores de 10 años, ni los dementes. De suerte, que el delito ó el cuasi delito civil son motivo de una verdadera imputación: son imputables, como lo son los delitos de orden penal. Por eso, dentro de la doctrina, este tercer elemento es el que tiene más importancia, y, propiamente se le debe denominar, imputabilidad de la culpa.

Los autores más renombrados del derecho civil en los últimos tiempos, han hecho un análisis severo de esta doctrina, que está en pocos códigos tan claramente establecida como en el nuestro, debido á que este último se redactó en momentos en que la escuela clásica estaba en su apogeo, é incorporó, — siguiendo á los jurisconsul-

(1) Queriendo las consecuencias, hay dolo; no queriéndolas, hay negligencia, imprudencia, culpa, en el sentido restringido. — Véase capítulo I.

tos franceses de mediados del siglo XIX y especialmente aprovechando las enseñanzas de olgunos artículos publicados en la revista de Woloski, — esa disposición sobre la capacidad para cometer delito ó cuasi delito. Pero frente á esta doctrina ó, mejor dicho, á estas doctrinas que encuentran la razón de la imputabilidad de la culpa ya sea en la existencia de una inteligencia y de una voluntad, ya sea en un vicio de la inteligencia ó en un vicio de la voluntad, en una palabra, al lado de todas estas doctrinas que buscan para los «delitos de culpa» la misma razón de imputabilidad de los demás delitos, han aparecido ciertas doctrinas que sostienen, dentro del derecho civil, la responsabilidad objetiva. De ellas nos ocuparemos muy pronto.

CAPÍTULO VII

LOS ELEMENTOS DE LA CULPA EXTRA CONTRACTUAL. — EL ELEMENTO SUBJETIVO. — LA IMPUTABILIDAD EN EL CÓDIGO CIVIL.

La doctrina tradicional de la culpa ha sido incorporada también á nuestro Código Civil. Las enseñanzas de los primeros comentadores del Código francés, y especialmente las enseñanzas de Riviere en la revista de Woloski y de Marcadé [1], llevaron á nuestro codificador á extremar las consecuencias del elemento subjetivo en la teoría de la culpa.

En los artículos 1382 y 1383 del Código Civil francés no se descubre la doctrina tradicional con la precisión y claridad con que aparece en nuestra ley nacional. En efecto, el artículo 1382 del Código francés dice que «todo hecho cualquiera del hombre que causa á otro un daño, obliga á la persona por cuya falta se ha causado, á repararlo». Y el artículo 1383 del mismo Código dice que «toda persona es responsable del daño que ha causado, no solamente por su hecho, sino también por su *negligencia ó imprudencia*».

Estas disposiciones las fundaba en estos términos Bertrand de Greuille, en su informe al Tribunado: «A primera vista, podría preguntarse, si no habrá alguna injusticia en castigar á un hombre por una acción que tiene su origen en la debilidad ó en la desgracia, y á la cual su corazón y su intención son completamente ajenos. La respuesta se encuentra en este gran principio de orden público: es que la ley no puede vacilar entre aquel que se equivoca y aquel que sufre. Siempre que ella se aperciba que un ciudadano ha experimentado una pérdida,

---

(1) IV, artículo 1310.

debe examinarse, si ha sido posible al autor de esa pérdida haberla evitado; y si la ley descubre en dicho autor ligereza ó imprudencia, no puede vacilar en condenarlo á reparar el daño que ha causado.» [1]

Pero, los críticos del Código Napoleón, si bien no discutieron en un principio los fundamentos de la doctrina tradicional que la ley aceptaba, — censuraron la poca precisión del texto de la ley.

Marcadé, dice, que el primero de los artículos que acabamos de recordar, comprende todos los casos posibles de delitos y de cuasi delitos, puesto que establece la obligación de reparar todos los hechos, sin distinción, sean de comisión, sean de omisión, que causen perjuicio á otro y ejecutados mediando culpa de su autor. Se comprenden, luego, todos los hechos perjudiciales y condenables, tanto aquellos que envuelven la intención de perjudicar, como aquellos en que falta aquella intención. Lo mejor sería no tener en cuenta para nada el artículo 1383, que no agrega nada al 1382, entendido este último como debe serlo. [2]

Nuestro Código, en su artículo 1292, ha seguido las enseñanzas de Marcadé, y ha establecido que es fundamento esencial de la responsabilidad la existencia de dolo, culpa ó negligencia de parte de la persona que lo ha causado.

Pero, dentro de nuestro Código se han llevado hasta sus últimas consecuencias los principios de la doctrina tradicional en la responsabilidad por el hecho propio. En efecto, para que haya responsabilidad es necesario que haya intención de perjudicar, ó negligencia, ó imprudencia. Es necesario algo más: es necesario que la intención, negligencia ó imprudencia emane de persona que sea capaz de discernimiento y que dispone de su libre voluntad. Tal cosa resulta claramente, expresamente del artículo 1294, que dice *que no son capaces de delito y cuasi*

(1) Locré, Leg. Civil, 13, número 9.
(2) Marcadé, V, págs. 295 y 300.

delito los menores de diez años [1] *y los dementes.* De suerte que aunque medie un acto intencional ó imprudente de un menor de diez años ó de un demente, no se podrá responsabilizar á éstos por los perjuicios causados, porque ni uno ni otro tienen la inteligencia y voluntad necesarias para comprender la naturaleza ó alcanzar las consecuencias del acto que ejecutan. Hay, pues, dentro de nuestra ley en este tercer elemento de la culpa dos elementos distintos: el primero, la realización de un acto doloso, culpable; el segundo, que la persona que ejecuta ese acto es capaz de incurrir en dolo ó en culpa.

Tratándose de delitos, habrá que investigar si el agente que lo comete es capaz de intención; y tratándose de cuasi delitos, habrá que investigar si el agente que lo ejecuta es capaz de ser diligente, si es capaz de ser prudente, si es capaz de prever las consecuencias de los actos que ejecuta, en una palabra: si es capaz de culpa.

Dentro de nuestra ley este elemento subjetivo es absolutamente necesario, absolutamente indispensable. Si no aparece este elemento, no hay culpa, y no puede prosperar una acción de responsabilidad tendiente á obtener la reparación de los perjuicios.

---

(1) El Código chileno establece siete años.

CAPÍTULO VIII

Los elementos de la culpa extra-contractual. — El elemento subjetivo. — La doctrina de la «causalidad». — Los riesgos. — Responsabilidad sin culpa.

Hasta aquí, hemos estudiado los principios del derecho tradicional, interpretando el alcance de las disposiciones de la ley positiva. Pocas, muy pocas, fueron en la primera mitad del siglo XIX las manifestaciones de la doctrina ó de la jurisprudencia que importaran una desviación de los principios tradicionales.

Merlín, ocupándose de la responsabilidad de los dementes, no vaciló en afirmar que, aunque ante la ley penal estuvieran exentos de responsabilidad, no debían estarlo ante la ley civil (1). Carnot, en sus comentarios al Código Penal, dice que aun en caso de demencia, los bienes del demente deberían responder de los perjuicios causados por aquél (2). Legraverend, en su tratado de legislación criminal, también sostiene que la demencia que exonera á un acusado de toda responsabilidad penal, no impide que él pueda ser condenado á indemnizar los daños y perjuicios causados (3). Pero estas ideas no prosperaron. Al contrario, la doctrina opuesta no sólo triunfó en Francia en toda la línea, sino que llegó á incorporarse á los Códigos de varios países civilizados (4).

La reacción que se produjo á fines del siglo XIX ha provocado una verdadera revolución en la doctrina de la culpa. Y fué, con ocasión de legislar sobre la responsabilidad emanada de los accidentes del trabajo, que se sometió el concepto doctrinal á las más severas críticas y á los más minuciosos análisis.

---

(1) Merlín Repertoiro, Demence, 2.
(2) Artículo 64, número 6.
(3) Capítulo XIII, número 4.
(4) Código Civil Argentino, artículos 1101 y 1104; ídem Chileno, artículo ídem Español, artículo .

Es una ley poco justa, la que hace responsable al dueño de un hotel hasta de los más mínimos robos que cometan sus empleados ó dependientes, declarándolo culpable, aún cuando muchísimas veces no lo sea, y que esa misma ley, tan severa, tan cruel para ese hotelero, permita que el dueño de una fábrica tenga las máquinas en malas condiciones y con peligro de que se produzca una explosión, con peligro para la vida decentenares y tal vez de millares de personas; y, partiendo de esta premisa se sostiene la necesidad de prescindir de ese elemento culpa, de ese elemento subjetivo, que sólo produce dificultades en el momento de deslindar la responsabilidad de quien ha incurrido en ella, y que debe sustituirse esta doctrina de responsabilidad subjetiva por otra doctrina más amplia, más humana y más justa, fundada en la causalidad.

En la vida de sociedad, todo el mundo tiene el derecho de luchar por la existencia y de procurarse el mayor bienestar posible, pero nadie tiene el derecho de causar un perjuicio á los demás. Y bien: el que lucha por la vida, y el que procura obtener el mayor beneficio posible en la concurrencia que se produce dentro de la sociedad, debe hacerlo siempre á sus riesgos; el que obra, el que trabaja, el que lucha por ensanchar la esfera de sus actividades, debe hacerlo á su riesgo propio, y todo lo que ejecute con voluntad ó sin voluntad, con intención ó sin intención, con imprudencia ó sin imprudencia, siempre que cause daño á otro debe dar origen á una reparación. He aquí el principio: el que trabaja, el que obra y el que lucha por la vida, lo hace á sus propios riesgos. Él va corriendo la suerte de triunfar ó de no triunfar, pero va corriendo también el riesgo de todos los perjuicios que pueda causar á los demás con sus actos. LOS RIESGOS DEBE SOPORTARLOS EL QUE LOS CAUSA.

La cuestión debe plantearse así: Estamos en presencia de un hecho que ha causado un perjuicio. ¿Quién debe soportar las consecuencias? ¿Su autor ó la víctima?

Rossell manifiesta que planteada así la cuestión, á pri-

mera vista, parece muy natural que los riesgos no sean separados del acto, pero la práctica gobierna el derecho, por lo menos, tanto como la lógica, y la responsabilidad «*causal*» no se concilia ni con el estado actual de la legislación, ni con nuestra civilización, á no ser á título excepcional, y en ciertos casos particulares en los cuales esa responsabilidad «causal» ofrece soluciones incontestablemente equitativas. Extendida más allá de lo estrictamente necesario, dice el mismo Rossell, paralizaría la iniciativa y rompería el equilibrio de los deberes sociales en detrimento de los que poseen [1].

A pesar de las discusiones de orden doctrinario, la nueva doctrina se sostenía con calor hace algunos años, sobre todo en materia de accidentes del trabajo.

A nadie escapaba que esta doctrina, demasiado extensa, como ustedes comprenden, podía llevar á consecuencias completamente injustas, y tal vez, á imputar á una persona, actos, que se han producido por la fatalidad de las cosas, y á derogar el principio que ha regido los peligros y los riesgos durante muchos años.

De aquí, que se hayan presentado otras doctrinas que no han tenido este carácter general, pero, que han tratado de fijar, de establecer una responsabilidad sin culpa, especial para ciertos casos; y entre estas doctrinas, la que aparece hoy universalmente aceptada, es la doctrina del riesgo profesional en materia de accidentes del trabajo.

En esta materia se admite que existe una responsabilidad sin culpa, y el fundamento de esa responsabilidad se encontraría en las necesidades de la industria moderna, y en el desenvolvimiento siempre creciente de las máquinas, de los aparatos y de la propia industria, que han llegado á hacer de los talleres y del trabajo un conjunto único, que, como conjunto, debe no solamente usufructuar los provechos, sino también soportar las pérdidas que se produzcan.

---

(1) Rossell, Droit civil suisse, tomo 3.°, pág. 69.

La doctrina del riesgo profesional, consiste en considerar al obrero como una de las partes del taller: es uno de los elementos que constituyen la industria. Así como en un taller existen máquinas, también en el mismo taller existen hombres, y así, como el propietario de ese taller debe prever el desgaste de las máquinas, el propietario de ese taller debe prever también el desgaste humano; en ese taller no sólo se desgastan las máquinas, sino que se desgastan los hombres, y el dueño del taller, que todos los años destina una cantidad para los desperfectos de las máquinas, debe destinar también una cantidad para las lesiones de los obreros que trabajan.

El taller es un todo que funciona armónicamente, y las desgracias que se producen mientras producen son una consecuencia, una fatalidad de la organización industrial. No puede decirse que haya culpa propiamente dicha, que haya culpa, subjetivamente considerada, en muchísimos casos; pero, el propietario del establecimiento que aprovecha de las ventajas, debe contribuir también á soportar los riesgos que corren sus obreros dentro del mismo establecimiento. A esta forma de responsabilidad se ha llamado «riesgo profesional».

Esta doctrina del «riesgo profesional» ha sido incorporada á la legislación de todos los pueblos civilizados. En nuestro país, en el año 1908, el Poder Ejecutivo remitió un mensaje á la Asamblea General redactado por el ministro doctor Antonio Cabral, acompañando un proyecto de ley preparado por la Oficina del Trabajo que se fundaba en el principio jurídico que examinamos. [1] La doctrina del riesgo profesional puede decirse que surgió de un enérgico movimiento de opinión pública en favor de los obreros víctimas de los accidentes del trabajo [2].

(1) Este proyecto fué sancionado por la Cámara de Representantes en el año 1909. Se encuentra desde aquella época á estudio de la Comisión de Legislación del Senado. En los últimos años el Poder Ejecutivo no lo ha incluído entre los asuntos á tratarse en las sesiones extraordinarias.

(2) En nuestro país pasan de tres mil, los accidentes que registra una estadística prolija, pero incompleta.

Los accidentes industriales, independientemente de los que son consecuencia de una intención dolosa ó criminal pueden ser producidos por cinco causas: 1.º Por culpa del patrón; 2.º Por culpa del obrero; 3.º Por caso fortuito; 4.º Por fuerza mayor; 5.º Por un hecho desconocido.

Los datos de las estadísticas europeas permiten asegurar, que, aproximadamente, una quinta parte de los accidentes se deben á culpa del patrón, otra quinta parte á culpa de los obreros, y las tres quintas partes restantes, á las otras tres causas arriba mencionadas. En virtud de los principios tradicionales de la culpa, la víctima de un accidente no puede obtener una indemnización, si no demuestra que su desgracia se debe exclusivamente á culpa del patrón. Resulta, pues, que las cuatro quintas partes de los accidentes no se deben á culpa imputable al patrón. No procede, por consiguiente, una acción de responsabilidad fundada en los principios del Código Civil. Por lo tanto, los obreros deben soportar las consecuencias de todos estos accidentes sin obtener ninguna compensación. Además, para demostrar que ha mediado culpa del patrón es necesario vencer dificultades probatorias que suelen ser muy serias. Hay que medir los gastos que origina un pleito y el tiempo que se pierde en su tramitación. Y, la consecuencia de los principios jurídicos, de las dificultades probatorias es la siguiente: el patrón resulta el único beneficiado y el único favorecido. La quinta parte de los accidentes ocurridos mediando culpa de su parte, y que por disposición de la ley él debía indemnizar, se reduce á una centésima parte, porque las dificultades de procedimiento, las desventajas de la posición económica del obrero y las deficiencias de la defensa cuando no falta ella totalmente, se encargan de aniquilar muchas de las reclamaciones justas. Sólo en una sociedad que desconozca los principios de solidaridad, pueden regir principios tan brutales que resuelvan todas las dudas y todas las incertidumbres contra las víctimas, contra los que

sufren. Pero — dura lex sed lex — y la ley, hay que aplicarla fielmente hasta que se reforme.

En resumen, la totalidad de las desgracias las sufren los obreros, sin obtener compensación, y la mayor parte de las veces sin obtener un auxilio.

Dos eminentes jurisconsultos, Sauzet y Saintelette, procurando encontrar un remedio que atemperase el rigor inhumano de la ley, consideraban que el contrato de arrendamiento de obras encierra una cláusula implícita, que impone al patrón la obligación de velar por la seguridad de sus obreros. Todo accidente sobrevenido á uno de los obreros durante la duración del trabajo, hace pesar sobre el patrón una presunción de culpa, que este último puede desvirtuar, probando que el accidente se ha producido por caso fortuito ó fuerza mayor.

Se trataba de invertir los principios que rigen en materia de prueba. El obrero no tiene que probar que hubo culpa de parte del patrón: es el patrón que tiene que probar que el accidente se produjo sin que mediara culpa de su parte. Pero, no tardaron en demostrarse los inconvenientes de esta doctrina. Desde luego, la inversión de la prueba no impide los largos pleitos, ni evita que el patrón se rebele contra la presunción legal y demuestre que el accidente se ha producido por culpa del mismo obrero ó de un tercero, — ó por circunstancias de hecho, que, en forma alguna le son imputables, — ni se evita que las cuatro quintas partes de las víctimas tengan que sufrir en silencio su desgracia, sin que la ley les ofrezca el más mínimo auxilio, ni se impide que el patrón al celebrar el contrato oponga á esa cláusula implícita una cláusula expresa, exonerándose de toda responsabilidad.

Nuestra jurisprudencia anticipándose también á la reforma de la ley ha extremado en los casos de accidentes del trabajo el alcance de la culpa levísima. El doctor Furriol, que ha demostrado su talento jurídico en todas sus sentencias, no ha seguido la doctrina de la inversión de la prueba; pero, impone al patrón la previsión

de los riesgos á que se expone al obrero durante el trabajo: y, exigiendo una previsión de todos los peligros, impone al patrón la obligación de indemnizar á los obreros los perjuicios causados por numerosos accidentes. *En lege aquilia levísima culpa venit.* Levísima culpa habrá cada vez que el patrón por vicio de su inteligencia ó inercia de su voluntad, no haya previsto y evitado los accidentes, que un hombre diligente y humanitario, hubiera podido suprimir mediante instrucciones de prevensión, ó imponiéndose los gastos consiguientes á la implantación de aparatos ó instrumentos protectores de la integridad física de sus subordinados. (1)

---

(1) **He aquí la sentencia del doctor Furriol que fué confirmada por el Tribunal de Apelaciones de 2.º Turno:**

Montevideo, Marzo 16 de 1910.

Visto este juicio seguido por don César Gambasso contra la Empresa del Ferrocarril Central del Uruguay , por indemnización de daños y perjuicios provenientes de cuasi delito.

— Atento á que está constatado, que el 5 de Septiembre de 1908, mientras el obrero Gambasso trabajaba al servicio de la Empresa demandada, cortando rieles en frío, á golpes de martillo, fué herido en un ojo por una partícula de acero que saltó del riel, perdiendo á consecuencia de la herida la visión del ojo lesionado. — Que el actor, atribuyendo el accidente á culpa de la Empresa, por no haberle suministrado aparatos protectores para evitar el riesgo, exige se le declare en responsabilidad y se le obligue á la reparación del daño, que avalúa en la suma de seis mil pesos, más las costas y costos de este juicio; artículo 1293 y siguientes del Código Civil.

Que la Empresa niega que el accidente pueda ser imputado á su culpa y, por lo tanto, que sea responsable de los daños y perjuicios producidos, afirmando que el infortunio sufrido por Gambasso es uno de los tantos, propios del trabajo, ocurrido casualmente, sin que pueda ser atribuído á culpa del obrero ó de la Empresa; que es simplemente una desgracia que no pudo prever, ni impedir, y por lo tanto no da lugar á responsabilidad legal;—

Y atento á que es precepto de derecho positivo, que aquél que daña á otro, por dolo, culpa ó negligencia, obliga su responsabilidad civil, creando á favor del damnificado un derecho de crédito, que tiene por objeto la indemnización del daño sufrido; artículo 1293 y siguientes del Código Civil: —

Que estas disposiciones legales, calcadas en un principio fundamental de orden social *neminen lœdere* deben, en su generalidad, ser aplicados á los accidentes del trabajo, en tanto no reciba sanción legislativa el proyecto sobre riesgo profesional y no se amplíen, en armonía con la expansión económica de la época presente, las breves disposiciones que rigen el contrato de arrendamiento de obra; —

Que de acuerdo con esos preceptos de derecho, puede llegarse sin hesitación á declarar la responsabilidad de la Empresa en el accidente sufrido por Gambasso,

Pero, si la generosa aspiración de Sauzet y Saintelette,— no estaba destinada á prosperar,—contribuía á formar,—lo mismo que nuestra jurisprudencia nacional,—el ambiente en que debía desenvolverse la nueva doctrina jurídica. La lucha ha sido tenaz,—y los sostenedores del riesgo

---

porque si es un derecho indiscutible al ejercicio de la propia actividad, es un deber inviolable el de adoptar, cuando se actúa, aquellas precauciones que eliden el riesgo preveible y la lesión del derecho ajeno;—

Que ese deber fué infringido imprudentemente por la Empresa al no dar al obrero el utensilio inofensivo para el trabajo ó el medio idóneo de garantirle contra el riesgo proveniente, no de su ineptitud ó su impericia, ni de fuerza mayor, ni caso fortuito, sino de la propia índole del instrumento defectuoso, primitivo é inadecuado para trabajar, sin exponerse á contingencias peligrosas;—

Que examinada atentamente la situación de la Empresa frente al obrero herido, se llega á la conclusión indeclinable de que concurren con relación á aquélla, los elementos que hacen exigible la responsabilidad aquiliana; hecho ilícito, culpa imputable, daño, y nexo de casualidad entre la culpa y el daño;—

Que si hecho ilícito es la violación de una norma jurídica expresa ó implícitamente resultante de la ley; Manfredi Sciotto Pintor. Guir. dt. 1903, si es la infracción á un deber jurídico como se desprende del inciso 3.º del artículo 1293 del Código Civil, puede afirmarse sin vacilación, que hay hecho ilícito en colocar á los demás en situación arriesgada, ya con actos positivos ó con omisiones, porque es disciplina jurídica indiscutible la que obliga al respeto á la vida é integridad de los demás;—

Que es perfectamente lícito, como la Empresa lo asegura, el hacer cortar rieles, como lo es hacer correr los trenes por la vía; pero lo que no es lícito es hacer trabajar al obrero en condiciones que exponen á riesgos fácilmente conjurables, como tampoco lo sería el hacer correr trenes en condiciones peligrosos, sin tomar las más elementales medidas de precaución para evitar posibles, aunque remotos daños;—

Que si culpa, en sentido estricto, es, según definición tradicional, la falta de prudencia ó negligencia, la más leve en materia extracontractual, *in leye Aquilia levisima culpa cenit*,—debe imputarse el infortunio sufrido por el obrero Gambasso, á culpa de la Empresa, porque hay falta de prudencia, hay negligencia, en no proporcionar al obrero utensilios inocuos, como la sierra de cortar metales, en vez del corta fierro y el martillo, que exponen á evidentes peligros, ó en no suministrarle aparatos protectores, si se quiere aprovechar de las ventajas que pueden ofrecer los utensilios ó máquinas peligrosas;—

Que la Empresa no puede excusar su responsabilidad argumentando que, en el caso, el riesgo era remoto, porque los riesgos remotos son siempre riesgos que deben evitarse; ni tampoco escudarse en el mayor costo de la sierra ó en su acción más lenta que exige mayor desembolso por jornales, porque no es legítimo el ahorro que conspira contra la seguridad de los demás; ni pretender eliminar su responsabilidad alegando que los anteojos no son usados ni prácticos, porque en tal caso debió abandonarse el utensilio peligroso y echarse mano del que no implica peligros; ni invocar en su descargo la ausencia de preceptos imperativos que obliguen á usar aparatos perfeccionados, porque existen disposiciones generales, que no obligan á adoptar los últimos inventos del ingenio, pero sí á usar de máquinas, utensilios ó aparatos que no lleven en sí la amenaza del riesgo ajeno;—

Que es antijurídico argüir, como lo hace el demandado, que el mayor valor del salario implica, con respecto al obrero, la voluntad tácita de aceptar los riesgos;

profesional hubieron de lamentar muchas veces que mientras los industriales se anticipaban á la ley (como ocurre en nuestro país), asegurando á sus obreros é imponiéndose espontáneamente un gravamen, —el legislador se mostraba poco entusiasta y displicente, lo que hizo decir á

---

primero, porque tal presunción es de extremada vaguedad, ya que el aumento del salario puede responder á otros motivos y segundo porque las disposiciones que tutelan la seguridad individual deben reputarse de orden público y no derogables por contratos; artículo II Código Civil;—

Que es también contrario á toda razón de justicia, sostener que el obrero debe cargar con las consecuencias dañosas del accidente, sólo porque ha aceptado libremente la tarea que implica riesgo, porque se le coloca entonces, sin razón, en peores condiciones que á sus semejantes, obligados sólo á soportar el daño proveniente de su propia culpa ó del caso fortuito ó fuerza mayor; pero no el causado por la culpa de los demás, á menos que se pretenda que en el contrato de trabajo va implícitamente comprendida á favor del patrón, una cláusula tácita de no responsabilidad;—

Que llevada la cuestión á este terreno de la responsabilidad contractual, crece la razón del obrero al contar entre sus defensores á Sauzet, Sainctelette, Labbé, Esmein, Lyoneaen, Planiol, Huc, Windscheind, Dernbur, Gabba, Consolo y otros notables civilitas, que sostienen que en el contrato de trabajo ó locación de servicios, va implícitamente comprendida, para unos, una cláusula tácita de seguridad y para otros, por lo menos, la obligacion implícita de suministrar al obrero el utensilio idóneo é inofensivo que evite los riesgos provenientes de sus propios defectos, como instrumento de trabajo;—

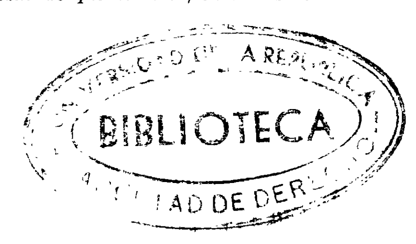
Que con respecto al nexo necesario de la omisión culpable con el daño, es decir: la relación de causa á efecto, no exige mayor demostración, porque es evidente que el accidente se produjo por no haberse suministrado al obrero utensillos apropiados é inofensivos, que evitaran los riesgos;

Que en éste como en todos los casos en que el cuasi delito es por omisión, se nubla al primer examen la visión clara de la culpa ajena, porque en apariencia el causante del daño es el mismo que lo sufre; pero á un examen más atento se descubre fácilmente que la causa generatriz del daño, la primera, la inicial, está en quien omitió las precauciones necesarias para evitaılo, como sucedería en el caso en que alguien tomara veneno del frasco colocado sin precauciones entre otras bebidas inofensivas, ó en el caso eu que se dejara abierto un foso, en lugar transitado y no se advirtiera el peligro á los transeuntes, dándose lugar por omisión á un accidente;

Que confesado por la Empresa que no hubo en el accidente culpa de parte del obrero; deducido de los propios hechos que aquél no se produjo por caso fortuito ó fuerza mayor, constituídos por acontecimientos extraordinarios impreveibles, sólo queda, como causa generadora del infortunio, la culpa de la Empresa, su negligencia, su imprevisión y su imprudencia;

Que la solución contraria, sostenida por la Empresa, lleva á tales conclusiones que aún sometido el criterio al concepto clásico de la culpa, como único determinante de responsabilidad, y aún resistiendo á la tendencia jurídica moderna, que hace de los accidentes del trabajo una cuestión de riesgos y no de responsabilidad subjetiva (Saleilles-Accidents du travail) se impone su rechazo por injusta, y por opuesta al principio fundamental de igualdad;

Que, en efecto, admitida sin violencia la responsabilidad de toda Empresa en los accidentes causados por sus máquinas ó cosas de *que se sirve*, en virtud de lo dis-



un notable jurisconsulto que, la resistencia de los prejuicios era más fuerte que la de los intereses, porque mientras estos últimos se resignaban á los sacrificios que se les exigían, los técnicos del derecho y de la economía política se mostraban intransigentes y rechazaban todas las reformas.

---

puesto por el artículo 1298 del Código Civil, es indudable que la Empresa en este caso cargaría sin discusión con el daño causado por el accidente, si en vez de haber empleado para mover el martillo la fuerza muscular, hubiera usado del vapor, de la electricidad ú otra energía útil, sobre todo constatándose el empleo de máquinas defectuosas que exponen á riesgos que pudieran evitarse;

Que no dependiendo la responsabilidad aquiliana de la clase de fuerza motriz empleada, es también evidente que la Empresa debe responder por los accidentes producidos, cuando el utensilio defectuoso é inadecuado es movido por el músculo y en consecuencia, cualquiera que recibiera ofensa, fuera obrero ó no, de la partícula que salta sin vallas, del metal percutido, tendría derecho á exigir responsabilidad civil al que omitió las precauciones necesarias para impedir el accidente;

Que por lo tanto, si no se reconociera al actor idéntico derecho se le colocaría en una situación de irritante desigualdad, haciéndole soportar el daño recibido sin culpa propia, sólo porque fueron sus propios músculos los que movieron el martillo, como lo hubiera hecho cualquier fuerza motriz puesta al servicio de la Empresa demandada;

Que exprofeso se ha prescindido hasta aquí de las obligaciones que pudo haber contraído la «Sociedad de Socorros Mutuos de los Empleados del Ferrocarril Central del Uruguay», con motivo del accidente sufrido por Gambasso, porque esa cuestión es ajena á este litigio, desde que ni el actor ha demandado en su calidad de socio á aquella sociedad, ni puede ser ésta confundida con la Empresa del Ferrocarril Central, según resulta de los propios alegatos de ambas partes;

Que declarada la responsabilidad de la Empresa demandada, debe tenerse presente, para apreciarse equitativamente la cuantía del daño, fuera del dolor físico y moral sufrido por el actor, la disminución de su capacidad para el trabajo, por la pérdida completa de la visión de un ojo, su edad aproximada y el salario que ganaba en su trabajo habitual;

Y atento á lo dispuesto por los artículos 466 del Código de Procedimiento Civil y 663 del Código Civil;

Por estos fundamentos, fallo: Condenando á la Empresa del Ferrocarril Central del Uruguay al resarcimiento de los daños y perjuicios reclamados que se fijan en la suma de tres mil pesos, declarándose de su cargo las costas causadas.

Firmado: *A. Furriol.*

Sentencia de 2.ª Instancia dictada por los camaristas doctores Teófilo D. Piñeiro, Ramón Montero Paullier y Victoriano M. Martínez

Visto este juicio seguido por don César Gambasso contra la Empresa del Ferrocarril Central del Uruguay, por indemnización de daños y perjuicios, y venido á segunda instancia por la apelación interpuesta por la Empresa contra la sentencia dictada á fojas 131 por el señor Juez Letrado de lo Civil de 2.º Turno, y á cuyo recurso se adhirió el actor, por la parte de los costos, en el escrito de fojas 141.

Y, fué, elevándose por encima de todo concepto de culpa, y, buscando una base más amplia y más independiente de los principios tradicionales, que se abrieron camino las nuevas tendencias jurídicas inspiradas por principios de justicia social.

Por sus fundamentos, y

Considerando, que al contestar la demanda la Empresa demandada, manifestó expresamente á fojas 13 que el accidente que motiva este juicio ocurrió tal como lo había narrado el actor en su escrito de fojas 3; agregando á fojas 13 vuelta que ese accidente no puede ser atribuído á culpa del obrero ni de la Empresa, por haberse producido de una manera completamente casual.

Considerando que los peritos que suscriben el dictamen de fojas 69 vuelta manifiestan, al contestar á la 1.ª pregunta de fojas 56, que existen aparatos que podrían servir para defender la vista de los obreros, pero que *no son usados ni prácticos*; agregando, al contestar á la 3.ª pregunta, que esos aparatos *disminuirían la precisión del trabajo del obrero* cuando éste lo hace por el sistema del *marrón y la tajadera*, haciendo por tanto difícil ese trabajo;

Que esos aparatos no son otros que los anteojos ó lentes de que se hace mérito en el informe producido á fojas 76 por el Departamento Nacional de Ingenieros, y los cuales la misma Empresa demandada reconoce á fojas 35 vuelta y á fojas 161 que son impracticables, por motivos que concuerdan con lo manifestado sobre el particular por los peritos de fojas 69 vuelta.

Que desde que la misma Empresa demandada reconoce que esos lentes son impracticables, no puede alegar, como lo hace á fojas 161, que el actor incurrió en una omisión al no usarlos por cuenta propia, como lo usan algunos obreros que trabajan con piedra esmeril, según el informe de fojas 76;

Que aunque el actor hubiera querido usar esos lentes, seguramente que no se lo habría permitido la Empresa, por ser impracticables, porque disminuiría la precisión del trabajo, y porque por esos mismos motivos habría podido lesionar á los otros dos peones que trabajaban con él en el corte de rieles;

Que por consiguiente, esos anteojos no podían ser usados por el actor como medio de prevenir el accidente de que fué víctima;

Considerando que aquellos peritos dicen á fojas 70, al contestar la 2.ª pregunta de fojas 56, que existen aparatos modernos para ejecutar el corte de rieles, unos movidos por la fuerza muscular, de *resultado lento*, y utiiizados generalmente para pequeños trabajos; y otros movidos por energía motriz que comúnmente es producida por el vapor ó la electricidad, agregando, al contestar la 4.ª pregunta, que hay sierras especiales para cortar rieles ó tirantes de hierro, *sin peligro para la vista de los obreros;*

Que el Departamento Nacional de Ingenieros dice también en su informe de fojas 76 que «en los talleres mecánicos, los más importantes de la capital, se emplean por lo general sierras mecánicas para el corte de tirantes ó chapas de acero de fuerte espesor, prescindiendo en absoluto de la tejadera para ese fin; y que en un taller que no posee fuerza motriz, se hace el mismo trabajo de corte por medio de sierras á mano para metales que, á pesar de imponer un trabajo algo más penoso y más largo, *no ofrece peligro ninguno para la vista de los obreros»;*

Que de esos antecedentes resulta camprobada la negligencia con que procedió en el caso la Empresa demandada, porque no tenía para el corte de rieles las sierras especiales ú otros aparatos modernos que se emplean actualmente en esos trabajos y que no ofrecen peligro alguno para la vista de los obreros;

Que con el empleo del marrón y la tajadera para el corte de rieles, el obrero no puede evitar los peligros para la vista, porque la misma Empresa ha declarado en

Como lo hace notar Saleilles, porque los patrones ó las empresas son los que aprovechan de los beneficios de la explotación, porque ellos absorben totalmente las ganancias que se obtienen, es por lo que la ley debe poner á su cargo los riesgos de la industria, de la profesión. El individuo que agrupa en torno suyo un gran número de obreros, y hace funcionar un conjunto de máquinas, crea un organismo, cuyo movimiento producirá inevitablemente descomposturas, frotamientos y daños de diversa índole; estos daños, estos accidentes inevitables, que son inherentes al funciomiento del mecanismo industrial, deben ser soportados por el todo, que al fin y al cabo es el único

---

autos que el uso de los anteojos para evitarlos sería impracticable, y porque los peritos han declarado también que esos anteojos disminuirían la precisión del trabajo del obrero;

Que puestos los obreros en el caso de usar esos medios antiguos de cortar los rieles, se ven colocados en un peligro que á ellos no les es dado poder evitar, y que por consiguiente en el caso de producirse un accidente, es la Empresa quien debe responder de él por no poner á disposición de los obreros los instrumentos ó aparatos que le permitirían trabajar sin riesgo alguno para la vista; —

Que en tales condiciones es evidente que la Empresa no ha tenido la menor diligencia para prevenir el daño en cuestión, lo cual es tanto más de extrañarse por tratarse de una Empresa de gran capital, y que por consiguiente, ella es responsable del daño causado al actor, con arreglo á los artículos 1293 y 1298 del Código Civil.

Considerando que el argumento fundamental hecho por la Empresa, de que el actor aceptó tácitamente los peligros que entrañaba para él el corte de rieles por el sistema del marrón y la tajadera, por haberse puesto á cortarlos así sin observación de ninguna clase carece de valor legal: 1.º porque no resulta de autos que Gambasso tuviera conocimiento de esos peligros desde que él se puso á cortar rieles incidentalmente cuando sufrió el accidente en discusión, pues su trabajo ordinario no era ese, sino el de peón de cuadrilla, como lo afirmó en el escrito de demanda; 2.º porque no se ha probado tampoco que el corte de rieles sea un trabajo frecuente en los talleres de la Empresa; y 3.º porque desde que el actor no convino que los peligros del trabajo serían de cuenta de él, la Empresa quedó sometida á las disposiciones del derecho común que la hacen responsable de los daños causados por su negligencia; —

Considerando que la condenación en costos, solicitada por el actor, es improcedente porque no puede decirse que la Empresa haya litigado con malicia temeraria en el caso, dada la naturaleza de los puntos de derechos contravertidos en este juicio; —

Y atento lo prevenido por el artículo 732 del Código de Procedimiento Civil.

Se confirma la sentencia apelada, con costas en cuanto declara la responsabilidad de la Empresa, reduciéndose, sin embargo, la indemnización á pagarse por ella, á la suma de *dos mil quinientos pesos*.

Devuélvanse.

Piñeyro — Montero Paullier — Martínez.

Fecha: 27 de Julio de 1910.

que aprovecha del desgaste de cada una de las partes que lo componen.

Un accidente, una desgracia, es tan inevitable como la rotura de los engranajes de una máquina; debe ser prevista por el dueño del organismo industrial, para hacerla gravitar, en definitiva, sobre el costo de producción, como pesan sobre este mismo costo las fuertes sumas que anualmente deben destinarse á la amortización del capital inanimado.

Tal vez se diga que es injusto hacer pesar sobre la producción las indemnizaciones que deban abonarse por concepto de accidentes ocurridos por culpa del obrero. Tal vez, se diga que, si la justicia y la equidad pueden tolerar que se haga recaer sobre el patrón la responsabilidad de los accidentes que ocurran por caso fortuito ó fuerza mayor, deben rechazar la obligación de responder por hechos culpables del propio obrero víctima del accidente, — sobre todo, — en el caso en que hubiera mediado imprudencia manifiesta de la víctima, ó cuando ésta lamentase un hecho ocurrido por haber desobedecido las órdenes expresas y terminantes, que habría dado el patrón, velando por la propia conservación de perjudicado.

A primera vista, el argumento puede parecer fundado. Pero, á quien conozca la vida interna de un taller, á quien haya observado durante algún tiempo la forma en que se trabaja, y el estado psicológico de los obreros mientras desempeñan sus tareas en los establecimientos industriales, no se le podrá imponer la aceptación de una solución que desligue al patrón de responsabilidad. El obrero dentro del taller pierde su individualidad y se convierte en un accesorio de las máquinas; es un motor humano que funciona y se desgasta lo mismo que el material inanimado.

El obrero se acostumbra á los peligros, procede mecánicamente, sin atender á las poleas que ruedan ó á las máquinas que funcionan á su lado. Al entrar un obrero al

taller toda su atención se fija sobre los peligros que lo amenazan, todos sus sentidos se concentran para asegurar su conservación, toda su conciencia se estrecha sobre las máquinas, poleas etc. Después el obrero se acostumbra al ambiente, y día por día, el mecanismo va absorbiendo á la conciencia, y el hombre, á fuerza de familiarizarse con el peligro, concluye por perder hasta el sentimiento de su propia seguridad. Actos imprudentes en un extraño al taller no lo son en el obrero; actos imprudentes en el que sube por primera vez á un andamio no lo son en el albañil que pasa el día encima de los mismos. No puede, pues, hablarse de culpa de los obreros, porque la culpa será en todo caso del mecanismo que los asimila y se confunde con ellos.

Quedarían, es cierto, los casos de desobediencia abierta contra las instrucciones tomadas por el patrón velando por la seguridad de aquél,—los casos de culpa gravísima;—pues bien:—respecto de éstos se ha optado por un sistema de compensación, que en Francia se ha llamado «Fijation forfaitaire». El patrón puede haber incurrido también en culpa grave ó gravísima, y sin embargo, se limitan los derechos del obrero reduciendo la indemnización á una suma determinada, que en caso de incapacidad absoluta y permanente para el trabajo sólo llega á los dos tercios del perjuicio sufrido [1].

Resulta, pues, que si bien por un lado se extienden los derechos del obrero autorizándolo á reclamar una indemnización aún en el caso de que el accidente se haya producido por su culpa, por otro, se limitan sus derechos, negándole la facultad de reclamar al patrón en caso de que mediara culpa de parte de este último, una indemnización que repare íntegramente el perjuicio sufrido, como correspondería de conformidad con los principios del Código Civil; como dice Sachet, se aplican así dos principios: el riesgo profesional y el *forfait.*

(1) Ley francesa de 1898, artículo 3.º modificado por ley de 3 de Marzo de 1905. Proyecto uruguayo sancionado por la Cámara de Diputados, artículo 18. Ley alemana de 1884, artículo 5.º.

No han faltado críticas severas á estos nuevos principios, han abundado las censuras de parte de aquellos que desean conservar inalterables las tradiciones jurídicas.— Pero, la nueva doctrina en materia de accidentes del trabajo, rompió todos los diques,—y se ha incorporado á las instituciones de la mayor parte de los pueblos civilizados.

Pero, el principio del riesgo profesional no se ha extendido solamente en el espacio imponiéndose en la legislación universal; se ha extendido también dentro de cada país, mediante leyes que han ampliado sus primitivas aplicaciones.

Limitado en un principio á los accidentes que ocurrían dentro del taller, aplicado como un elemento, como una conveniencia del maquinismo, se ha impuesto y ha dominado fuera del taller y en actividades productoras que no emplean máquinas. Muchos son los países, que después de incorporar el principio del riesgo profesional á muy limitadas industrias, han dictado leyes de ampliación—á fin de que los beneficios de las nuevas doctrinas alcancen al mayor número posible de obreros,—y aún á los que se dedican á las tareas agrícolas [1].

La influencia de la nueva doctrina ha sido poderosa, y como lo hace notar Edmond Picard, la teoría del *riesgo jurídico* procura comprender en una forma más amplia la primitiva doctrina del *riesgo profesional.* Todavía vaga, ó restringida á un caso particular, al riesgo industrial, cons-

---

(1) El proyecto de ley sancionado por la Cámara de Representantes comprende los siguientes gremios: minas y canteras, fábricas, talleres metalúrgicos, talleres de construcciones navales ó terrestres, establecimientos donde se producen ó emplean industrialmente materias explosivas ó inflamables, insalubres ó tóxicas,— construcción, reparación y conservación de edificios, comprendiendo los trabajos de albañilería y todos sus anexos, carpintería, cerrajería, etc.,—construcción y reparación de vías férreas, puentes, caminos, canales y otros trabajos similares, empresas de corte de maderas y de preparación de carbón, establecimientos de producción de gas y de energía eléctrica, colocación de redes de telegrafía y teléfonos, colocación de conductores eléctricos y pararrayos, empresas de transporte de personas y de mercaderías, terrestres, fluviales ó marítimas; balsas, dragados, expedición, depósito y embalaje de mercaderías; destilerías, cervecerías, fábricas de alcoholes y bebidas en general; bomberos, salvatajes, buzos, frigoríficos, carnes conservadas, faenas agrícolas y forestales, donde se hace uso de motores etc.

tituye el gérmen de un derecho nuevo que tiende á desenvolverse cada día más. Y una ocasión de demostrar la revolución que se producía dentro de los principios del derecho, se presentó en el Senado de Bélgica con motivo de la discusión del proyecto de ley sobre investigación de paternidad. La acción del riesgo, dice Picard, se intensifica, se amplía y pasa del riesgo profesional á un caso especial nuevo: al *riesgo del concubinato.*

Saleilles ha hecho notar también triunfo simultáneo de la doctrina del riesgo jurídico en el dominio industrial y en el dominio administrativo. Se ha reconocido que hay en el mundo social organismos que funcionan regular y legalmente, pero que, al desempeñar su misión, van sembrando á su alrededor riesgos y perjuicios. Los actos más lícitos pueden causar perjuicios, sin cesar de ser lícitos. Una usina, una gran industria emplean á menudo por necesidad útiles peligrosos. Esa usina ó esa industria desempeña un fin social, pero lo desempeña causando víctimas y produciendo perjuicios, daños á los obreros, daños á los terceros que viven en la vecindad, y á las propiedades contiguas. No hay duda de que se obliga al que dirige la usina á tomar todas las precauciones compatibles con su industria; y, si no las toma, el daño que resulte de esa falta profesional constituye un delito ó un cuasi delito. Pero, hay que ir más lejos. Cualquiera que sean las precauciones tomadas, ocurrirá siempre algo que no se puede prever, á menos de cerrar la usina ó clausurar la industria. Y, se producirán daños y perjuicios, que no podrán imputarse al dueño de la industria, ni como delitos, ni como cuasi delitos, porque serán actos perfectamente lícitos, ejecutados, haciendo uso del más indiscutible de los derechos.

No pueden cerrarse las usinas, ni puede prohibirse la implantación de industrias. — Pero, continúa Saleilles, hay derechos que no se pueden ejercer sino á condición de soportar los riesgos. Suprimir el derecho por los peligros que entraña su ejercicio, sería atentar contra la actividad

individual en lo que tiene de más fecundo, y aniquilar una de las fuentes más fecundas de la vida nacional. Exonerar el ejercicio del derecho de los riesgos que son su consecuencia, es favorecer ciertos intereses particulares, poniendo de un solo lado todos los beneficios, y echando las cargas sobre otros. Habría violación de la justicia social.

En materia administrativa, tratándose de los perjuicios causados por los agentes del Estado ó de daños causados por la ejecución de servicios públicos, aunque éstos se hallen encomendados á concesionarios, en virtud de un principio de equidad superior, se acuerda reparación por el solo hecho de haber causado perjuicio. Hay hechos inevitables que son la consecuencia de un servicio público, que unos no deben sufrir más que otros, como por ejemplo los ribereños de un canal, que perjudica sus fundos. Y si no puede impedirse el daño, si éste es fatal, la colectividad (ó el concesionario) debe la reparación.

«La idea se extiende y se desarrolla cada vez más, agrega Saleilles. ¿No vemos todos los días que la actividad humana se desarrolla bajo nuevas formas que constituyen nuevos riesgos? ¿El hecho de recorrer una calle en automóvil, aún á uua velocidad moderada, no impone en estricta justicia á quien aprovecha de un medio de transporte perfeccionado pero peligroso, la obligación de asumir todos los riesgos, aún los más imprevistos, que puedan producirse? La máquina marcha con una velocidad normal, nada más lícito por consecuencia; pero la rotura de un engranaje produce una desviación—y un transeunte cae lastimado; no hay culpa de parte del chauffeur, hay pura y simplemente un hecho casual de la máquina: es un riesgo que debe ser soportado por el que utiliza en su interés seguramente legítimo, pero suyo exclusivo, un medio de transporte que por sí mismo constituye un peligro permanente. El dominio de la culpa se restringe de más en más, y el dominio del riesgo gana lo que aquélla pierde; y se puede preguntar si el modo más conforme

á nuestro estado social moderno no sería la de redactar en los términos siguientes el nuevo artículo 1382 (1292 de nuestro Código Civil): «Todo hecho cualquiera del hombre ejecutado en condiciones tales, que según los usos admitidos y conveniencias sociales, implique que él sea realizado á los riesgos y peligros de aquél que es su autor, obliga á este último á reparar el daño que ha causado» [1].

El movimiento se ha acentuado, — en estos últimos años — haciendo sentir su influencia sobre la jurisprudencia y sobre la legislación, sobre todo en materia de accidentes causados por los automóviles.

---

(1) Soleilles, Rapport á la 1.ª subcomisión de la comisión de reforma al Código Napoleón.

CAPÍTULO IX

ELEMENTO SUBJETIVO (CONTINUACIÓN)

Los accidentes causados por los automóviles han provocado muchas veces una fuerte tendencia de la opinión pública favorable á una legislación extremadamente severa. No han faltado quienes opinaran, que las calles y caminos se han hecho para los carruajes y peatones y no para los automóviles.

Pero, tampoco han faltado, quienes combatieran estas soluciones extremas. Thaller, encuentra el sistema del riesgo exhorbitante, y también considera inaceptable el sistema de la presunción de culpa, — ó de la inversión de la prueba. El mismo Saleilles que ha sostenido la teoría del riesgo, fundándose en que el uso de una máquina peligrosa debe obligar á su propietario á soportar los riesgos, admite, que deben atenuarse algo las consecuencias, del principio, pues, de lo contrario, se crearía á la víctima una situación privilegiada. Por consiguiente, si se le exonera de toda prueba, — y se responsabiliza al propietario por el solo hecho de ser propietario, debe compensarse esta responsabilidad con una limitación en el importe de la reparación. Así, como en materia de accidentes del trabajo se han reunido el principio del riesgo profesional y el « forfait », — también debe hacerse lo mismo en lo que respecta á los accidentes de automóviles. Y, si la víctima no se conforma con una indemnización limitada, — deberá recurrir á los principios generales del Código Civil, y del derecho tradicional.

Uno de los proyectos franceses establecía, que « todo accidente ó daño accidental, ocasionado por un automóvil que circule sobre la vía pública, da derecho á la víctima ó á sus representantes, á una indemnización del perjuicio material ó moral, que pagará el propietario del

vehículo, — sin que la víctima tenga que probar que éste haya incurrido en culpa alguna. El propietario puede sustraerse al pago total ó parcial de la indemnización, probando, que el accidente ó el daño, ha sido causado ó agravado por *una falta grave de la víctima* ».

Pero, la legislación de los accidentes de automóviles presentaba otra dificultad. En muchos casos,—sobre todo en accidentes occurridos en los caminos de campaña,— el chauffeur puede, mediante la fuga, eludir toda responsabilidad, pues, será difícil investigar cuál fué el automóvil que causó el perjuicio. Respecto de estos accidentes causados por automóviles «*anónimos*», también se ha propuesto la creación de un fondo, ó caja especial, que pagaría los perjuicios en los casos en que no se pudiera descubrir á su causante. Ese fondo se formaría mediante un impuesto ó seguro, que pagarían todos los automóviles. Otros han propuesto generalizar este impuesto y crear una caja destinada á indemnizar á todas las víctimas.

En fin, en todas partes se ha sentido la necesidad de modificar los principios tradicionales de la culpa á fin de lograr una reparación á las víctimas de los accidentes de los automóviles [1].

Seguramente Saleilles ha querido avanzar demasiado. La tarea del legislador no debe ser la de demoler las instituciones consolidadas por la experiencia de los siglos, sino la de completar y reformar las instituciones jurídicas, á fin de adaptarlas al estado social de los pueblos. Los principios de la culpa aquiliana. no tienen porqué desaparecer, ni deben desaparecer. Deben sí, ser completados por otros principios nuevos que están lejos de excluirlos. La culpa extra contratual, será reducida dentro de poco tiempo á sus límites naturales, y, completada por

(1) El doctor Domingo Arena dando una prueba más del talento jurídico que todos le reconocen HA SENTIDO la necesidad de una reforma, y presentó un proyecto á la Cámara de Senadores sobre este particular, que si no representa un estudio completo del asunto, constituye una prueba más de la necesidad y oportunidad de la reforma de los principios de la legislación civil vigente.

otra doctrina más amplia: la responsabilidad sin culpa. Esto es, lo que hace notar Chironi, aunque en una forma un poco vaga, queriendo sostener la integridad absoluta del principio romano de la culpa extra contratual, y tratando de diferenciar el caso de responsabilidad culpable, del caso que él llama de garantía. El sostiene que estos casos de responsabilidad sin culpa, «causal», «de riesgo» son, en realidad, casos de garantía; pero, lo que ocurre, es que la doctrina de la responsabilidad civil ha sufrido una verdadera crisis. Hasta hace pocos años la responsabilidad civil tenía su origen en la culpa extra contratual [1]; hoy, además de la responsabilidad civil por esta causa, existe la responsabilidad civil sin culpa, ya legalmente establecida para los casos de accidentes del trabajo; y, esta doctrina de la responsabilidad sin culpa, tiende á extenderse á otros dominios dentro de la ciencia jurídica moderna. La doctrina de la responsabilidad culpable del Código Civil, se mantiene en todas las legislaciones, para los casos generales; ha sido un error el creer que las doctrinas modernas destruyen la doctrina del derecho romano; las doctrinas modernas no destruyen la doctrina del derecho romano: las doctrinas modernas, lo que hacen, es extender la responsabilidad civil á los casos no previstos por aquella doctrina; pero la responsailidad emanada de los delitos y de los cuas delitos seguirá existiendo necesariamente.

De todos modos, dentro de nuestra legislación positiva hay que atender á los principios tradicionales. Al examinar los textos de la ley, debemos señalar las tendencias que se dibujan y las aspiraciones de la doctrina, tendientes á consagrar principios más justos y más en armonía con las necesidades sociales en la legislación futura. Pero, si esto podemos y debemos hacer, al examinar la ley del punto de vista científico y doctrinario, como intérpretes, — ante sus textos primitivos, estamos

(1) Fuera de los casos de culpa contratual, claro está.

obligados á rendir nuestro pabellón, como diría Geny, y á reconocer que el elemento subjetivo culpa — es indispensable para que pueda prosperar una acción de responsabilidad.

Ihering ha podido decir que el principio de que no hay responsabilidad sin culpa es tan sencillo como el del químico que afirma que no es la vela la que arde sino el oxígeno que contiene el aire. Hay quien ha dicho que la frase de Ihering sólo puede parangonarse á un dicho vulgar y falso, — pero, — no hay duda, que ella refleja el sistema legal.

Es cierto también que para explicar el fundamento de la responsabilidad civil dentro de los moldes de los textos del derecho positivo, NO ES FORZOSO ACEPTAR LA DOCTRINA CLÁSICA NI LAS TENDENCIAS FILOSÓFICAS QUE LA INSPIRAN.

La negligencia, la imprudencia, la impericia, lo mismo que el dolo, revelan la temibilidad de una persona. No hay que confundir la maldad con la temibilidad, ha dicho Angiolini; día vendrá, agrega, en que la maldad, la perversidad, llegarán á ser palabras faltas de sentido. Se castiga al malvado no por la maldad de que no tiene él la culpa, sino por la temibilidad, y de igual modo, no se castiga al imprudente, al negligente, al inexperto porque carezca de tales dotes, de tales cualidades, sino porque la carencia ó deficiencia de tales dotes revela un peligro. En los casos de culpa, la temibilidad no se toma en el significado ordinario, que le atribuye aquél para quien solamente es temible, el que lleva en sus venas la avidez de sangre ó el que vive ejerciendo el oficio de ladrón; debe tomarse en el sentido de que dado el ambiente en que vive la persona, dadas las especiales funciones á que está destinada, dadas las exigencias de la convivencia social, ella demuestra que no sabe desempeñar la parte que le ha sido asignada, que no sabe llevar á cabo su misión sin ofender ó amenazar de algún modo á las demás personas que viven en sociedad. Es temible el ase-

sino, es temible el ladrón, es temible el que arroja á la vereda una corteza de sandía siempre que no piensa que algún desgraciado puede tropezar con ella y hacerse un daño, y, es temible el que habla mal de otras personas hasta el punto de disminuir su estimación y consideración social. En vez de decir « no hay responsabilidad sin culpa », habrá que decir « no hay responsabilidad sin temibilidad » [1].

Pero, tanto la primera fórmula como la segunda, exigen la concurrencia de un *elemento subjetivo:* llámese sugeto CULPABLE por vicio de inteligencia ó de la voluntad, — ó por carecer de estas facultades;—llámese sujeto socialmente temible,—siempre se exige la concurrencia de este elemento.

Y, frente á esta responsabilidad fundada en la temibilidad del sujeto ó en la culpabilidad de la persona, se ha levantado la doctrina de la responsabilidad objetiva: Binding ha sostenido que « el principio activo debe soportar las consecuencias de su obrar », que Bahr ha repetido diciendo que « aún cuando el damnificador no tenga culpa el damnificado es más inocente aún que él, y, por consiguiente, el mal ha de ser sentido por el primero ». La doctrina del riesgo representa una de las primeras aplicaciones de los nuevos principios. Estos no destruyen los consagrados en el Código Civil: los completan.

---

(1) Angiolini, tomo 1.º, pág. 120.

CAPÍTULO X

LOS ELEMENTOS DE LA CULPA EXTRACONTRACTUAL. — EL NEXO CAUSAL ENTRE LA CULPA Y EL PERJUICIO

Hemos visto, que para que procediera una reclamación por daños y perjuicios, dentro de los términos de la ley Aquilia se necesitaba que el daño hubiera sido causado *corpore et corpori*, es decir, que fuera el resultado inmediato de un acto material de la persona. Autorizaba una reclamación el hecho de lastimar á un animal directamente con un palo, una piedra ó una flecha; pero, no procedía la reclamación, si el animal asustado imprudentemente se precipitaba en una zanja y se lastimaba.

En el derecho moderno ha desaparecido definitivamente, esta exigencia de que el daño se cause *corpore et corpori* para que proceda una reclamación de daños y perjuicios. Pero, se exige siempre y debe exigirse, que exista una relación directa de causalidad, entre el acto ó la omisión culpable y el perjuicio sufrido. Sería absurdo responsabilizar á una empresa de ferrocarriles por los perjuicios provenientes de las inclemencias del tiempo ó del granizo, invocando el hecho de haber arrollado á un agricultor una locomotora de la empresa. Entre las lesiones, y la incapacidad temporaria para el trabajo hay una relación de causa á efecto, — y por esta razón la empresa ferrocarrilera debe indemnizar estos perjuicios. Pero, nada tiene que ver la empresa de ferrocarriles con sucesos independientes al accidente sufrido, como serían la falta ó el exceso de lluvias, ó los destrozos del granizo.

Planteada la cuestión en sus términos generales la solución parece fácil, y las dificultades no se perciben.

Pero, desgraciadamente, en la práctica los hechos no suelen presentarse con la claridad y separación con que pueden clasificarse de un punto de vista completamente

ideal. Muchas veces la observación de los hechos nos hace comprobar relaciones de sucesión. Pero la observación no puede permitirnos asegurar, cuáles son, entre esas relaciones de sucesión, simples accidentes, cuáles son casos de causalidad entre ellas y cuáles son consecuencia de otras causas que no se manifiestan ostensiblemente. Las sucesiones accidentales no llevan una marca que las distinga de las sucesiones causales. «Los hechos observados no demuestran la causalidad, pero pueden servir de base á un razonamiento, que, partiendo de los hechos observados, llegue á la conclusión de afirmar ó negar la existencia de una relación de causalidad entre ellos».

Así, Endemann haçe notar que si después de tres años de sufrida una una lesión corporal aparecen síntomas de una neurosis traumática, esto no significa que haya una relación de causalidad entre la primera y la segunda, pues esta última puede depender de otras causas. Lo mismo ocurriría si A ha hecho dormir á B, durante el invierno en una habitación insalubre, y B muere en la primavera de una enfermedad pulmonar.—El propietario de un inmueble perjudicado por un incendio que ha devorado una usina vecina, no puede responsabilizar al propietario de dicha usina por el perjuicio sufrido, fundándose únicamente en que la caldera no se ajustaba á las prescripciones de los reglamentos administrativos; debe probar que ha existido una relación de causa á efecto, entre la falta de observancia de esos reglamentos y el siniestro. Los tribunales franceses han decidido que un patrón no podía ser declarado responsable de un accidente ocurrido á uno de sus obreros, por la sola razón de que hubiera omitido algunas de las medidas preventivas de accidentes prescriptos por la ley,—si esa omisión no ha tenido ninguna influencia sobre el accidente sufrido por el obrero [1]. Rümelín presenta otro ejemplo: A tiene intención de matar á B y lo espera con un fusil en una emboscada que le prepara.

(1) Corte de Nancy — 38 de Junio de 1895.

B, cae en la emboscada, pero antes de que A haga fuego cae muerto á consecuencia de la impresión de espanto. El mismo Endemann recuerda el caso de un pozo mal cubierto: cae un hombre dentro de él, — y muere, — y otro que lo ve, muere de un golpe aploplético. ¿Debe el que ha cubierto mal la fosa responder de esta segunda muerte?

Con razón se ha dicho que basta la enumeración de las dificultades que provoca esta investigación de la causalidad, para comprender lo delicado y lo difícil de la función de un juez encargado de administrar justicia. El magistrado debe estar convencido de que si no hubiese precedido al daño tal antecedente culpable, — aquél no se habría producido, — pero al mismo tiempo debe recordar las dificultades inherentes á una materia tan delicada, y que los conocimientos humanos son siempre relativos. « Cuando la condición no es de aquellas que por sí mismas deben de producir el efecto, — tendrá en cuenta todas las condiciones posteriores y anteriores para averiguar, si el perjuicio puede ser verosímilmente atribuído á circunstancias ó antecedentes diversos del que se imputa al supuesto agente culpable. Solamente cuando es imposible conocer tales circunstancias ó antecedentes, puede limitarse á examinar si es verosímil ó probable, teniendo en cuenta la experiencia de la vida, que la causa culpable que se imputa á la persona contra quien se dirige la acción de responsabilidad, ha podido producir el daño ».

Y las dificultades aumentan todavía, si se tiene presente que es necesario saber dónde empiezan y dónde acaban los efectos del acto culpable, pues según el criterio que se adopte, resultará que la indemnización no representará un equivalente del perjuicio realmente sufrido, si se limitan mucho los efectos del acto culpable, — ó resultará que no habrá dinero en el mundo suficiente para compensar una ligera contravención, si se extiende hasta sus más remotas consecuencias la cadena de los efectos, que puede aparecer interminable...

El problema ha merecido la dedícación de los jurisconsultos que se han empeñado en descubrir principlos directrices, como veremos enseguida.

Pero, antes de entrar á exponer y á discutir estos principios, conviene recordar que, este elemento nexo-causal entre la culpa y el daño, — es un elemento completamente independiente de la culpa. Puede existir un acto imprudente ó culpable, sin consecuencias, sin perjuicios. En tal caso no hay acción de responsabilidad, porque falta el segundo de los elementos que hemos estudiado: el perjuicio. Puede ocurrir que se ejecute un acto no culpable ó ni negligente y que simultáneamente, — ó sucesivamente con él se produzca un perjuicio. Aun cuando el perjuicio sea consecuencia del acto ejecutado, — no habrá lugar á la acción de responsabilidad porque falta el elemento culpabilidad. Y puede, finalmente, ocurrir que se ejecute un acto culpable y que á éste suceda un perjuicio que no es efecto de dicho acto, sino de otras causas. Habrá perjuicio, habrá culpa, pero no habrá acción de responsabilidad porque falta el nexo causal entre una y otra.

Siendo, pues, este último elemento necesario para fundar la acción de responsabilidad, es necesario determinar cuándo existe la relación de causa á efecto necesaria para fundar aquella acción.

De suerte que el problema ofrece dos cuestiones principales para resolver: 1.º ¿El acto culpable ha sido la causa del perjuicio?; 2.º ¿Dónde empiezan y dónde terminan los efectos del acto culpable que deben ser considerados al determinar el alcance de la responsabilidad?

Binding resolviendo estas cuestiones, sostiene que el hombre es causa de un suceso cualquiera cuando con « sus hechos rompe un equilibrio preexistente, que mantenía las cosas en un estado determinado ». Esta doctrina tiene un grave defecto que ha sido señalado con precisión por Thiyren. Como el equilibrio puede ser roto por la agregación de una sola condición, — á veces insignificante, — sería esta condición la causa responsable, — y no las ante-

riores que han sido las verdaderamente eficientes. Un ejemplo que tomaremos al mismo Thyren nos servirá para demostrar la importancia de esta doctrina. Juan hace un foso á la una de la mañana en un sitio determinado; y Pedro aconseja á Pablo á la una y media de la mañana que dé un paseo por ese lugar. Pablo ha roto el equilibrio, induciendo á Pedro á dar el paseo, y siendo causa de que este último caiga en el pozo, debe responder.

Al contrario, Pablo aconseja á las once de la noche á Pedro que haga el paseo por determinado lugar. A las once y media Juan hace un pozo. Pedro cae dentro de él. Siendo Juan el que ha roto el equilibrio preexistente, él es el que debe responder. ¿Qué diferencia hay entre uno y otro caso? Plantear la cuestión, equivale á proclamar la insuficiencia del criterio propuesto por Binding.

Algunos jurisconsultos alemanes (Kohler, Mayer) han sostenido la doctrina de la transformación de la energía, fundada en el principio de la persistencia y transformación de la fuerza. Entre las causas y condiciones de un fenómeno hay diferencia cualitativa, no cuantitativa. «Todas las condiciones son esenciales para que se produzca el fenómeno-efecto; pero mientras algunas consisten en la producción de una fuerza, que directamente da nacimiento al efecto, otras se limitan á permitir ó facilitar á aquéllas el desarrollo de su acción: las primeras son las causas; las segundas las condiciones. La ley de la transformación de la fuerza enseña que nada se crea y nada se destruye: todo se transforma: la causalídad no es más que la transformación de la fuerza; si una fuerza se transforma en otra, aquella es causa de la última. Efecto es aquel fenómeno en el cual la fuerza antecedente se ha transformado; ésta es diversa de aquél sólo cualitativamente; cuantitativamente representa siempre la misma cantidad de fuerza. Para que el hombre sea causa de un efecto, es necesario que la fuerza que él ha emitido se trasmita directamente al resultado mismo. Si él no ha hecho más que crear un estado de cosas, él no es más que una condición del efecto.»

Esta doctrina conduce á resultados inaceptables. El guardabarreras que se olvida de cerrar una calle en momentos en que debe pasar un ferrocarril, no sería la causa del accidente ocurrído al transeunte arrollado por una locomotora. La causa del accidente sería el *mismo transeunte* y la locomotora. El guardabarrera sólo creó un estado de hecho, — y la causa del accidente fué la fuerza desplegada por el transeunte y por la locomotora.

Con razón se ha dicho que las fuerzas que «se transforman y transfunden en el efecto *no son toda la causa sino parte de la causa: la otra parte de la causa la constituye el cúmulo de antecedentes que cooperan y contribuyen al desenvolvimiento de la fuerza.*»

Birkmeyer sostiene que al investigar la causa de un hecho para fundar la responsabilidad, debe atenderse entre todos los antecedentes solamente al más eficaz en la producción del resultado. En el caso citado del ferrocarril es evidente que el antecedente más eficaz fué el descuido del guardabarrera. Ahora bien: esta es la causa del accidente porque es la condición más eficaz, porque es el antecedente que con más eficacia ha contribuído á producirlo.

Esta doctrina tiene un grave inconveniente: ¿cómo se sabe cuál es la condición más eficaz? Birkmayer no lo dice, — y se limita á expresar que debe concederse al juez la más amplia libertad de apreciación. Además la doctrina no ha previsto el caso en que un efecto sea producido por varias causas. Birkmayer dice que entre diversas condiciones de eficacia decreciente *a*, *b*, *c*, *d*..., se puede dar el nombre de causa no sólo á *a*, sino también á *b*, porque es más eficaz que *c*, *d*, etc. Pero esa razón se le ha contestado que entonces debe darse el nombre de causa á *c* porque es más eficaz que *d* — y á *d* porque es más eficaz que *e*, y así sucesivamente.

Dernburg, dice, que debe distinguirse entre causa y ocasión del daño. Si según la experiencia de la vida, la culpa no resulta ser la causa sino la ocasión remota del

daño, — la responsabilidad debe ser excluída. Pero, el mismo Dernburg se ha visto obligado á reconocer que esta distinción puede dar lugar á un mal entendidó. En este sentido se ha decidido que la hernia inguinal descubierta en un obrero no será el resultado de la caída, cuando se demuestre que antes de ésta existía una constitución anatómica que necesariamente debía producirla [1]. Este autor, se ha dicho con razón, que se acerca á la teoría de la *causalidad adecuada*, admitiendo que el nexo-causal se interrumpe cuando circunstancias no habituales, que están fuera de toda consideración, aparecen y ejercen su acción decisiva. Al contrario, el nexo-causal no se interrumpe cuando el que luego resulta perjudicado obra libre y concientemente, — pero de manera que su actitud se justifica plenamente. Un individuo con su imprudencia ha causado un incendio. Otra persona que observa que corren peligro los habitantes de la casa incendiada — se precipita valerosamente sobre las llamas y sufre quemaduras de importancia. Como al efectuar esta acción altruista esta última persona, cumplía con el deber de salvar la vida de personas en peligro, — el causante del incendio debe indemnizar los perjuicios por ella sufridos.

Fácilmente se descubre la debilidad de la doctrina de Dernburg, debilidad que tiene su origen en la falta de un principio directriz.

La teoría de la causalidad adecuada (Kries) ha sido aceptada por la mayor parte de los comentaristas del Código Alemán, — y hoy en día, es defendida con entusiasmo por numerosos autores italianos. Su mayor mérito, — y lo que ha favorecido su éxito, — es su falta de precisión. Basta decir esto, para anticipar la crítica de la doctrina y para señalar su punto vulnerable. — En la producción de un fenómeno pueden intervenir muchas causas. La *posibilidad* de que dados determinados antecedentes se produzca un cierto efecto puede ser calculada, aunque no

(1) El Juez Letrado de lo Civil don Luis María Gil ha establecido estas conclu-clusiones en una brillante sentencia.

siempre lo sea exactamente. Basta para llegar á este resultado, poder establecer que tales condiciones producen tal efecto en un gran número de casos, mientras que otras condiciones producen ese efecto muy raramente, para que pueda afirmarse que las primeras crean una gran posibilidad objetiva de que el acontecimiento se produzca. Si la condición era apta en la generalidad de los casos para producir un resultado idéntico al recurrido, esa condición es la causa adecuada del acontecimiento, y éste es el efecto adecuado de aquélla; en el caso contrario, si la condición no era de aquellas que generalmente producen tal efecto, estaremos en presencia de un caso de *casualidad*, ó si se quiere emplear la terminología de los defensores de esta doctrina, habrá *causalidad casual* y *efecto casual.* El autor de un hecho ilícito, sólo puede ser responsabilizado por las consecuencias adecuadas á su acción.

Con razón se ha hecho notar que profundizando esta doctrina se descubre su falta de precisión: ella se funda sobre generalizaciones y abstracciones que pueden ser arbitrarias. Supóngase un cochero que conduce su vehículo durante la noche, que se duerme en su puesto y pierde el rumbo internándose en un campo lejos del camino. Se desencadena un temporal y un rayo mata al pasajero. Entre el hecho culpable,—dormirse en el pescante—y la muerte del pasajero hay un nexo causal.—Si el cochero no pierde el rumbo, aquel rayo no hubiese caído sobre el coche. Pero, el hecho culpable de dormirse no es «causa adecuada» de la muerte del pasajero, porque no era un hecho apto en la generalidad de los casos para producir un efecto de esa especie. Será un hecho apto (generalidad de los casos) para producir la caída del coche en un precipicio,—ú otro trastorno por el estilo,—pero no para conducir al coche precisamente al lugar donde debía ser fulminado el pasajero por la descarga eléctrica.

Rümelín entiende de un modo diverso la doctrina de la causalidad adecuada. Según este profesor deben dis-

tinguirse las condiciones preexistentes de las que surgen después del hecho. De las primeras el agente responde siempre, sean conocidas, desconocidas ó incognocibles; de las segundas responde solamente cuando eran de esperarse según la experiencia humana. Por ejemplo, si Pedro por broma produce una leve lastimadura á Juan con un cuchillo,—y á consecuencia de la naturaleza de Juan éste muere por resultar incurable esa herida insignificante, Pedro debe ser declarado responsable de esa muerte. Se trata de una condición preesistente,—y basta. Al contrario, si Juan murió por dolo ó culpa inexcusable del médico que lo curó, Pedro no puede ser declarado responsable de la muerte. Los hechos de la naturaleza interrumpirán el nexo-causal cuando no debían ser esperados; ejemplo: caso del rayo en el ejemplo arriba citado.

Al examinar esta teoría debe tenerse presente que cuando se habla de efecto, debrá hablase de efectos y que cuando se hable de causa, debe hablarse de causas. O si se quiere que se trate de determinar dónde empieza y dónde acaba la serie de las causas, y dónde empieza y donde se acaba la serie de los efectos.

La mayor parte de las teorías ó adolecen del defecto de su rigorismo excesivo,—ó del defecto contrario: la falta de precisión. Aunque en esta materia es evidente que hay que dar al juez un amplio criterio de apreciación, no hay duda de que es necesario suministrarle un criterio,—y á falta de criterio, un método que le sirva de guía y que constituya una garantía de contralor.

Desde luego, hay que tener presente que la relación de causa á efecto puede presentarse en materia de responsabilidad con todos los caracteres de un problema científico. Se trata por ejemplo de saber si las vibraciones producidas por una usina trabajando con escape libre á la atmósfera, son la causa de las grietas, rajaduras y desperfectos que se observan en las casas vecinas. En este caso, se trata de resolver una cuestión científica, una cuestión técnica. Sería absurdo, en tal caso, hablar de la con-

dición más eficaz ó de las causas adecuadas. Se trata de saber si esas vibraciones son la causa del perjuicio. Y esta cuestión debe resolverse como se resuelven los problemas de orden científico.

Hemos dicho más arriba que no basta que un fenómeno suceda á un antecedente, para que éste sea declarado la causa de aquél. Las sucesiones pueden ser accidentales, ó pueden ser causales. Ni siquiera puede servir de criterio científico para establecer la relación de causalidad la constancia de la sucesión de dos fenómenos, como lo ha demostrado Stuart Mill, recordando que, atendiendo sola y exclusivamente á la invariabilidad de la sucesión de dos fenómenos, se llegará á la conclusión de que la noche es causa del día y el día causa de la noche. La sucesión debe ser además de invariable, incondicionada,—y asi se excluye de las relaciones de causación la sucesión del día y de la noche *condicionadas* por la presencia y ausencia del sol.

No hay que olvidar tampoco, al resolver el problema científico que plantea la investigación nexo causal entre el acto culpable y el daño, que el universo, como dice el mismo filósofo inglés que acabamos de citar, solo ofrece, al primer golpe de vista, un caos seguido de otro caos. Es necesario primeramente descomponer cada uno de esos caos en hechos aislados. Es necesario que aprendamos que en el antecedente caótico hay una multitud de antecedentes distintos, y en el consiguiente caotico, una multitud de consiguientes distintos. Después de esto habrá que investigar la unión de cada uno á cada uno.

En el ejemplo propuesto, habrá que tener presente que en la vida práctica no se encontrará una sola casa aislada frente á una sola usina aislada. Habrá una gran cantidad de casas y una gran cantidad de usinas. Y además en las calles, en las vecindades, y aún en sitios lejanos, obrarán los agentes naturales y los humanos desarrollando sus fuerzas. He aquí, porque, será necesario empezar por *observar*, y por *observar,* debe entenderse no el

hecho de ver lo que está delante de los ojos, sino en ver inteligentemente, separando y clasificando los hechos observados. «La extensión y el detalle de las observaciones y el grado de análisis mental dependen del fin que se persigue. Comprobar cuál es el estado del universo entero en cada momento es imposible, — y además es inútil. En una experiencia química no es necesario anotar la posición de los planetas, porque experiencias anteriores han instruído y demostrado que esa circunstancia es indiferente para los resultados; pero, en las épocas en que los hombres creían en las influencias ocultas de los cuerpos celestes, hubiera sido antifilosófico el dejar de determinar su situación previa en el momento de la experiencia». En el ejemplo de que nos servimos sería absurdo entrar á investigar la acción de las usinas que puedan funcionar en el otro extremo de la ciudad, — pues la experiencia ha enseñado también que la acción de las vibraciones atmosféricas, dada la importancia de esas usinas, se encuentra limitada á un espacio determinado.

Hecha la observación de una manera prolija, deben aplicarse las reglas de los métodos de experimentación. Y, ajustándose estrictamente á los principios de la lógica y de la ciencia, se llegará á la conclusión de que los defectos observados en la casa son consecuencia de las vibraciones de la úsina, ó descontando esta hipótesis, se llegará á la conclusión de que se deben á vicios de construcción ú á otra causa cualesquiera.

Podrán presentarse también dificultades graves provocadas por lo que se ha llamado pluralidad de las causas y mezcla de los efectos. Pero, todas estas dificultades deben ser resueltas aplicando estrictamente los métodos científicos. Se recurrirá á expertos en la materia, á fin de que las conclusiones se ajusten á las reglas de la lógica y á los conocimientos de la ciencia.

De suerte que no debemos para estos casos recurrir al principio de la causalidad adecuada ó al de la transformación de las fuerzas ó al de la condición más eficaz.

Debemos exigir la exactitud y la precisión de las solrciones lógicas y científicas.

Pero, en los conflictos de intereses que surjan entre los hombres, no siempre se pueden apreciar principios científicos para establecer la relación de la causalidad entre determinados antecedentes y los perjuicios sufridos por una persona. En estos casos hay que conformarse con las soluciones aproximadas, las soluciones más probables, — ya que no es posible lograr una exactitud matemática.

Y, son precisamente estos casos de la práctica, de la vida diaria, los que han llevado á las autoridades á formular las diversas teorías que más arriba hemos analizado. Tal vez, han olvidado que no sólo la ciencia jurídica, sino la práctica entera de la vida obliga todos los días á conformarse con generalizaciones aproximadas. «Aún en casos en que la ciencia ha realmente determinado las leyes universales de un fenómeno, esas leyes se encuentran confundidas por muchas condiciones para poder ser aplicadas en el uso ordinario, y nuestras decisiones exigen demasiada prontitud, para permitirnos esperar el el tiempo necesario para que un fenómeno sea probado científicamente por sus caracteres universales. La indecisión y la hesitación, por falta de una manera de proceder perfectamente concluyente, son defectos que se encuentran muy á menudo en los espíritus científicos, — y los hacen incapaces de realizar casos prácticos. Para proceder, y para proceder á tiempo, debemos decidirnos sobre indicaciones que nos equivocan muchas veces; y para suplir su insuficiencia debemos investigar si hay otras que las corroboran». Pero, aún respecto de estas generalizaciones aproximadas — y de la apreciación de las pruebas probables, la lógica ha dado sus reglas que el juez no debe olvidar al pronunciar su fallo resolviendo un conflicto de intereses. [1]

La teoría de la causalidad adecuada no es, en definitiva,

---

(1) V. Stuart Mill, Lógica, 2.ª, pág. 121.

otra cosa que la proclamación de la utilidad, que tienen las verdades aproximadas, en la vida práctica.

Pero, sus sontenedores son los primeros en recomendar la prudencia con que debe usarse de estas generalizaciones y conclusiones no rigorosamente lógicas. Asi, Endemann recuerda y recomienda, que, cuanto más se aleja el perjuicio del hecho culpable tanto más rigorosa y más concluyente debe ser la prueba del nexo causal. Entre la doctrina materialista de daño *corpore ut corporis* de los romanos,—y las exageraciones de los que quisieran hacer interminable la cadena de los perjuicios, ú obtener fortuna por consecuencias posibles, y no probadas—está el justo y exacto medio que recomienda la prudencia. Y, son precisamente, estos principios de la lógica práctica, de la experiencia de la vida los que deben inspirar la solución de todos los problemas que presenta la determinación del nexo causal entre la culpa y el daño [1].

---

(1) No hay que olvidar tampoco que la prueba del nexo causal entre la culpa y el daño corresponde al que funde en él la acción de responsabilidad.

CAPÍTULO X

Los elementos de la culpa extra contratual.—El nexo causal entre la culpa y el daño.—La compensación de la culpa.

Hasta ahora, nos hemos ocupado de las casos generales en que se reunen los cuatro elementos exigidos por la ley para que proceda la acción de responsabilidad. El acto ó la omisión constituyen una violación del derecho ajeno,—ha existido un perjuicio, este perjuicio es efecto del acto ú omisión,—y estos últimos son imputables á su autor,—que es culpable,—y por consiguiente, está obligado á reparar los perjuicios causados. Sobre este particular no puede haber duda. Si el daño ha sido ocasionado por un hecho enteramente imputable á su autor, éste responderá; si ha sido causado por un acto enteramente imputable á la victima, será improcedente la reclamación que ésta quisiera dirigir contra el que lo causó sin culpa, como lo veremos en una próxima clase.

Pero, si en estos casos la solución no ofrece dificultades, una vez reunidos los cuatro elementos que integran el concepto jurídico de la culpa, pueden presentarse inconvenientes cuando se trate de resolver cuál debe ser la solución que debe darse cuando son culpables á la vez la persona que ha causado el daño y la persona que lo sufre. A esto se ha denominado la teoría de la compensación de la culpa,—ó empleando un lenguaje más apropiado, teoría de la culpa común, porque la palabra compensación parecería indicar, que las culpas recíprocas, compensándose se extinguirían. En realidad, se trata de establecer los principios jurídicos que deben resolver los problemas que plantea la culpa común.

Nuestro Código no contiene ninguna disposición que resuelva estos problemas,—como tampoco aparece disposi-

ción semejante dentro del Código Francés y del Código Italiano.

El artículo 44 del Código Federal Suizo de las obligaciones dice lo siguiente: «El juez puede reducir los daños y perjuicios, y aún no hacer lugar á ellos, cuando la parte perjudicada ha consentido la lesión, ó, *cuando los hechos de que esta última es responsable, han contribuído á crear el daño ó á aumentarlo ó á agravar la situación de la otra parte*».

El Código Austriaco establece que el autor del daño y el que lo sufre, cuando ambos son coautores culpables de dicho daño, deben soportarlo en proporción de la culpa de cada uno [1]. Los comentadores enseñan, que el juez puede y debe tener en cuenta, todas las circunstancias que puedan hacer la culpa de uno más grave que la del otro; y sólo cuando falte una base de juicio para aplicar á uno una carga más grave que al otro, puede y debe procederse á la división por partes iguales. Pero, en la práctica, los tribunales, en la imposibilidad de medir la importancia de la culpa, reparten el daño en partes iguales.

El Código Alemán sigue un criterio distinto. En vez de atender á la proporción de las culpas para determinar la parte de los perjuicios que se deben cargar al autor y al perjudicado — tiene en cuenta la relación de causalidad que hay entre los dos actos culpables y el prejuicio. El prejuicio es efecto de los actos de las dos partes. Y bien, cada una de ellas carga con la parte de perjuicíos que con su acto ha causado. El artículo 254 (el 846 establece la misma doctrina) del Código Civil Alemán dispone, que «cuando en la realización del daño haya mediado de parte de la persona lesionada, una culpa que haya cooperado en la producción del daño, la existencia de la obligación de reparación, como la extensión de la reparación á suministrar dependerán de las circunstancias, y especialmente, de la determinación de la medida en que el perjuicio haya sido causado de una manera preponderante por una de las partes ó por la otra».

(1) Artículo 1304.

La jurisprudencia francesa no acepta que la culpa de la víctima haga desaparecer la culpa del autor del per juicio; cuando coexisten dos culpas el juez debe investigar cual ha sido la influencia de la una y de la otra sobre la importancia del perjuicio. ¿Estima que la culpa cometida por el autor del daño ha sido la causa exclusiva mientras que la de la víctima no ha ejercido ninguna ó casi ninguna influencia? En tal caso se ordena generalmente la reparación total del perjuicio sin tener en cuenta esta última, ó la tiene en cuenta en lo que representa y modera la indemnización. ¿Estima al contrario que la culpa de la víctima ha sido, por decirlo así, la causa más eficaz del accidente ó por lo menos, que ella lo ha agravado en una proporción más ó menos notable? Entonces se disminnye el monto de la reparación á fin de que el autor del daño no soporte más que el valor correspondiente á lo que su culpa ha realmente ocasionado. Si estima que las responsabilidades son iguales, las dos culpas se compensan y no hay lugar á ninguna condenación. La jurisprudencia francesa presenta algunos casos que podría decirse que han servido como criterio directriz.

Uno de esos casos, citado por Sourdat, ocurrió hace ya muchísimos años. Se trata de mediados del siglo pasado; de manera que tiene ya más de 60 años. Una persona recorría de noche un camino en un carruaje, sin luces, y en dirección opuesta, en ese mismo camino, marchaba una diligencia con su postillón y su gran cantidad de caballos, á toda velocidad.

El postillón de la diligencia, que en la oscuridad de la noche, no pudo ver el carruaje que marchaba sin luces, se lo llevó por delante, lo destrozó y lastimó al conductor. El conductor reclamó contra la diligencia y, entonces, se resolvió que al conductor de la diligencia no podía imputársele culpabilidad por marchar por el centro del ca-

(1) Sonrdat, Tomo I, N.º 660.— Demolombe, 8.º, § 503.

mino, porque es de practica hacerlo, y que la culpabilidad del suceso ocurrido recaíaúnica y exclusivamente sobre el conductor del pequeño vehículo, que marchaba de noche por un camino, sin las luces necesarias para hacer notar su presencia.

Otro caso es el de un individuo que subió en el imperial de un ómnibus estando éste completamente cargado de gente, y violando el reglamento que le prohibía subir. A consecuencia del exceso de peso se rompió el ómnibus, quedando lastimados varios pasajeros. Todos ellos reclamaron contra la compañía de ómnibus, y á todos se les reconoció que tenían razón en su reclamación por encontrarse el ómnibus efectivamente en mal estado; pero, al que con su insistencia en subir había sido la causa de la catástrofe, la sentencia le desconoció el derecho, porque él, con su culpa, con su imprudencia, había dado lugar á que se produjera la rotura de todo el armazón del ómnibus.

Pero, en estos casos aparece siempre ó la culpa única de una de las partes, ó una culpabilidad mas pronunciada de una de ellas. Más difíciles son los casos de culpas equivalentes ó igualmente importantes.

Un caso sería, por ejemplo, el siguiente: un individuo que durante el día marcha imprudentemente por las calles y, á consecuencia de su imprudencia, de su negligencia, de su descuido, es atropellado por un vehículo, cuyo conductor procede imprudentemente. La falta de uno, podría decirse que compensa la falta del otro; pero la falta de la víctima no debe dar lugar á que pesen sobre ella todas las consecuencias desgraciadas, sino á que se tenga presente esa falta para no hacer cargar sobre el causante del accidente todo el peso de la culpa.

Otro caso que ha ocurrido hace poco tiempo en nuestro puerto: un buque que se encuentra sin las luces reglamentarias y otro buque, de noche, lo atropella y le causa averías; pero la noche es una nochə clara, de manera que el buque ha podido verse á gran distancia. Hay

culpa de las dos partes, y es, por lo tanto, un caso en donde el criterio judicial tendrá que apreciar hasta dónde la falta de cumplimiento de una disposición reglamentaria puede limitar la responsabilidad del que embistió; pero no hay que olvidar — y esto nos lleva á un punto que es preciso tener en cuenta — que si bien la ley admite, según unos, la exención de responsabilidad ó, según otros, una limitación en el alcance de la responsabilidad, cuando ha mediado culpa común ó, si se quiere emplear la terminología corriente, cuando ha mediado compensación de la culpa, conviene recordar que no puede haber compensación de culpa con dolo; ¿podría excusarse el individuo que, aprovechando la negligencia de otro, procede á causarle un daño intencionalmente, alegando la culpa de la víctima?

Sea, por ejemplo, el caso del buque. Si se comprobara que el capitán del buque ha visto al otro perfectamente, y que aprovecha la circunstancia de que tiene las luces apagadas para atropellarlo y causarle un daño, en este caso no podría alegarse, por el que causa el daño, la exis- tencia de culpa de la parte contraria, porque no debe admitirse, la compensación de la culpa propiamente dicha, de la imprudencia ó negligencia con dolo.

Por lo que antecede, podemos ver que algunos autores sostienen que, cuando medie culpa de ambas partes, no debe admitirse la acción de responsabilidad. Existiría una verdadera compensación de culpas que excluiría toda relación de responsabilidad.

A fin de estudiar con método las diversas soluciones que presenta la doctrina en materia de compensación de culpas ó de culpa común, — podemos hacer una clasificación de estas doctrinas.

En primer término, debemos examinar la doctrina que considera que cuando existe culpa común, no debe hacerse lugar á la acción de indemnización.

En segundo lugar examinaremos la doctrina que sos-

tiene que la reparación del perjuicio debe ser dividida entre el autor, culpable del acto ú omisión que causó el daño,—y la víctima también culpable,—en proporción de la culpa de cada uno (Código Austriaco).

Y en tercer lugar, estudiaremos el sistema que reparte la indemnización del perjuicio entre el autor y el perjudicado, en proporción de la eficacia que las acciones y omisiones de cada uno de ellos hayan tenido en la producción del daño.

Desde luego, debemos manifestar que el primer sistema, aun cuando se presenta apoyado por la jurisprudencia inglesa que se manifiesta severa contra el perjudicado no nos parece aceptable. Así, si un individuo pasea á caballo sin tomar las debidas precauciones,—y conduciendo al animal velozmente y tropieza y rueda á causa de objetos imprudentemente colocados en la calle, se le niega toda indemnización,—cualquiera fuera la culpa ó imprudencia del que colocó indebidamente esos objetos. Y la solución se funda en que, quien no procede con prudencia, no puede exigirla á los demás,—y en que si hubiera procedido con vigilancia y cuidado no habría ocurrido el suceso desgraciado.

La jurisprudencia y la doctrina en Italia han aceptado algunas veces esta solución, que ha sido defendida con entusiasmo por Coppa-Zucconi por Pachioni y por Brunetti.

Estos autores han sostenido que la culpa común elimina toda responsabilidad. La misma solución ha sido adoptada ultimamente por la Corte de Venecia (2 de Febrero de 1912)—Por el contrario, Brugi, Cotturi y Cogliolo consideran que la culpa de la victima atenúa la responsabidad de la otra parte. En este sentido merece citarse una sentencia de la Corte de Florencia. (1.º de Agosto de 1910).

Este primer sistema tiene el inconveniente de no ajustarse á los principios de la culpa. La culpa no puede compensarse en el sentido verdadero de esta palabra. Y por

otra parte á nadie puede convencerse de la justicia de una solución que á uno de los culpables lo exime de toda responsabilidad, y que hace pesar todas las consecuencias dolorosas sobre el otro.

El segundo sistema seguido por el Código Austriaco parece inspirarse en un principio de equidad: la repartición de la carga de los perjuicios debe hacerse en proporción de la importancia de las culpas. Este sistema ha sido defendido por numerosos autores, pero tiene el inconveniento de la dificultad con que se tropieza para medir la *cantidad de culpa* de cada una de las partes. Si á esto se agregan las dificultades que señalan los comentaristas del Código austriaco, y á los cuales hemos hecho referencia más arriba, tendremos que llegar á la conclusión de que el sistema tropieza con numerosas dificultades prácticas.

Por otra parte, y estudiando únicamente los elementos que integran el concepto de la culpa extra contractual, es forzoso reconocer que las dificultades que se suscitan alrededor de la culpa común deben resolverse atendiendo al cuarto de los elementos que integran dicho concepto: al nexo causal entre la culpa y el daño. Si en el caso de culpa común una de las partes no debe cargar con el importe íntegro de la reparación, es porque su acción ó su omisión, es porque *su hecho*, no ha sido la *causa* única del perjuicio. Al investigar el nexo causal se descubren dos *hechos culpables*. Y, existiendo dos hechos culpables, las consecuencias deben ser repartidas en proporción *á la eficacia con que hayan influído en el resultado perjuicio los dos hechos ilícitos.*

Esta doctrina no solamente es una consecuencia de la aplicación de los principios que acabamos de examinar,—no solamente es una consecuencia obligada de la relación de causalidad que debe existir entre el acto culpable y el perjuicio;—sino que es también la doctrina que se ajusta á la letra de nuestro Código Civil.

En efecto, el artículo 1293 del Código Civil establece

que « todo hecho ilícito del hombre que *causa á otro un daño, impone á aquél por cuyo dolo, culpa ó negligencia ha sucedido, la obligación de reperarlo*».

El Código Civil impone al culpable la obligación de resarcir el daño *causado* por ser hecho ilícito. En los casos de culpa común el daño no ha sido *causado* por el hecho ilícito de uno solo de los culpables. El daño ha sido causado por los hechos de una persona que ha resultado libre de todo daño, y de la víctima. Y bien: el autor sólo puede responder de las consecuencias de su hecho ilícito,— no de la totalidad de las consecuencias. Esta totalidad debe repartirse entre las dos personas que lo han causado.

Establecido el nexo causal como elemento integrante del concepto de la culpa, es necesario que en los casos de culpa común el perjuicio se reparta siguiendo el mismo principio. Venezián, que ha sido uno de los defensores de este sistema en Italia, ha debido contestar á las observaciones de orden práctico que se presentaban á este sistema. La imposibilidad de separar los efectos y de aislar las causas. Efectivamente, puede haber dificultades de orden práctico, que se resolverán, aplicando los principios indicados á propósito de los problemas que presenta la investigación del nexo causal; y, en definitiva, es de esperar que la prudencia del juez pronuncie la solución de equidad que á nadie imponga cargas onerosas, y que salve los derechos de todos.

El caso que se presenta frecuentemente para la aplicación de estos principíos es el de seducción. Vamos á ver dentro de un momento, que la seducción puede dar lugar á una reparación de daños y perjuicios, y se pregunta si puede compensarse la culpa de la víctima de la seducción con el dolo del seductor. Si la culpa de la primera elimina la responsabilidad del segundo. ¿Hay lugar á responsabilidad civil en el caso de seducción? ¿Tiene la víctima de la seducción el derecho á reclamar daños y perjuicios contra el seductor? Durante mucho tiempo la jurisprudencia se mantuvo vacilante á este respecto, lo mismo

que la doctrina. Numerosos autores se mantenían rehacios á aplicar los principios generales de la culpa aquiliana á estos casos, que se consideran más bien cuestoines de moral ó de fuero interno; pero, aún aquellos autores que no pueden presentarse como partidarios de la extensión de los principios de la culpa aquiliana á estos casos de seducción, han reconocido siempre—y cada vez la doctrina progresa más, aunque sea por grados—que la seducción debe dar lugar, en ciertos casos al menos, á una indemnización de daños y perjuicios. Entre estos autores—y lo cito porque es uuo de los que no se puede incluir entre los «modernistas»—se encuentra Sourdat.

Desde tiempo atrás, en ciertos casos, los Tribunales acordaban en estos casos de seducción, sobre todo cuando mediaba violencia ó dolo evidente, una indemnización á la víctima, fundándose en los principios de la culpa aquiliana; pero esa tendencia se ha acentuado cada vez más, y ha llegado á presentarse el avance de la doctrina como un caso de conflicto entre el principio de la culpa aquiliana y el principio de derecho que prohibe la investigación de la paternidad, porque se ha llegado á comprender en la indemnización de daños y perjuicios una suma, una cantidad suficiente para atender á la educación y al mantenimiento de los hijos nacidos de la unión no matrimonial. Esta tendencia moderna de la jurisprudencia francesa, muy combatida en el principio, fué con posterioridad aceptada y aplaudida, y ha sido el paso previo, puede decirse, de la investigación de la paternidad. Cuando las necesidades se sienten, generalmente los Tribunales las sienten más de cerca, y la jurisprudencia necesariamente avanza muchas veces adelante de la legislación.

Podemos estudiar uno de casos concretos que mayores dificultades pueden presentar. Una persona seduce á una joven, ya sea con promesas de matrimonio, ya valiéndose de la autoridad que tiene sobre ella — como en el caso de jefe de taller — ya valiéndose de la violencia física ó

moral, en fin, empleando un conjunto de maquinaciones ó empleando un conjunto de medios que necesariamente han provocado la caída de la joven, y tiene con esa joven varios hijos,—les presento el caso más complicado, para señalar hasta dónde llega la doctrina avanzada y hasta dónde llega la jurisprudencia, - tiene con ella varios hijos y luego la abandona; se presenta ella ante los tribunales exigiendo una indemnizacion de daños y perjuicios, indemnización qne la exige no sólo para sí, sino para atender á la educación y al mantenimiento de los hijos nacidos de esa unión; y entonces, ante el pedido de prueba de los hechos se ha querido oponer el principio de la investigación de la paternidad, y se ha dicho: si se tratara sólo de una indemnización por la seducción, perfectamente la acción procedería; pero, aquí no se trata solamente de una indemnización por la seducción, sino que se trata también de una indemnización por las cargas que pesan sobre la mujer, por los daños causados, por el nacimiento y educación de los hijos; y este último punto necesariamente conduce á la investigación de la paternidad: la mujer tiene que probar al reclamar una indemnización de daños y perjuicios, que ha tenido hijos con Fulano de Tal; esto es intentar la investigación de la paternidad y violar los principios que prohiben esa investigación. La jurisprudencia ha sostenido, sin embargo, lo contrario. La mujer, al produciresta prueba, no ataca el principio que prohibe investigar la paternidad, y no lo ataca porque lo que se prohibe con la investigación de la paternidad, es el que se atribuya á una persona determinada un hijo natural, es decir, que se dé á este hijo la posesión de un estado civil; se prohibe investigar la paternidad para dar una situación de derecho con todas las consecuencias sucesorias y con todos los demás derechos que trae aparejada esta investigación. Eso es lo que prohibe la ley: la ley prohibe única y exclusivamente la investigación de la paternidad, la atribución de un hijo á una persona.

Ahora bien; en este caso, dentro de la jurisprudencia,

no se trata de determinar que el niño Fulano de Tal es hijo natural de Fulano de Tal; no se le quiere dar la posesión estado civil; no se le quieren dar derechos en su sucesión; no se le quiere dar el nombre del padre;— de manera que no hay investigación de la paternidad, porque no se trata de establecer la filiación; se trata de una cosa muy distinta: se trata de obtener una indemnización para la mujer que tiene que atender á la educación y al mantenimiento de sus hijos. No hay que olvidar tampoco que aquí surgen intereses de orden superior, que nada tienen que ver con el principio de la investigación de la paternidad.

En primer lugar, está el principio de que quien causa un daño á otro debe repararlo, principio general de la culpa aquiliana que debe regir para este caso como rige para todos los demás; y en segundo lugar, está el principio de interés general, el principio de orden social. Este principio exige que las cargas del mantenimiento del os hijos sean compartidas entre el hombre y la mujer porque, de lo contrario, se incurriría en la enormidad de dejar pesar sobre la víctima, indefinidamente, la carga de la educación de los hijos. carga que probablemente no podría soportar, ó se cometería la enormidad mayor de establecer el principio de que la sociedad tiene el deber de cargar con la educación y el mantenimiento de seres á los que ha dado nacimiento la culpabilidad, la ligereza ó el dolo de una persona. De suerte que, para que la reparación del daño sea completa, es necesario que comprenda los gastos de educación y mantenimiento de los hijos.

Como digo, esta doctrina, que apareció al principio tímidamente, limitada á ciertos casos, en que los tribunales, atendiendo á motivos de equidad acordaban una indemnización á la mujer, se ha extendido poco á poco hasta convertirse en una doctrina de carácter general, en pugna frente á frente á la construcción jurídica que se levantaba sobre el principio que prohibe la investigación de la paternidad.

El Código Civil Alemán en su artículo 825 ha establecido que « cualquiera que determine á una persona del sexo femenino por artificio, amenaza, ó por abuso de una relación de dependencia á consentir en una cohabitación fuera de matrimonio, está obligado á indemnizarle el mal que de ello resulte ». El Código Alemán no exige ni siquiera que se trate de una mujer de costumbres irreprochables. El mismo Código en su artículo 1300, establece que cuando una joven novia, irreprochable, ha concedido á su novio la cohabitación, puede, si el novio deja sin efecto sus promesas de matrimonio, sin razones serias ó sin causa justificada por la conducta de la novia,— esta última puede exigir una compensación en dinero por el perjuicio no patrimonial, es decir, por el atentado al honor, á su reputación, supresión de la probabilidad de casarse con otro hombre, etc.

« Aún cuando no medie promesa de matrimonio, existiera cohabitación debida á engaño, amenazas ó abuso de relaciones de dependencia, puede exigirse también una compensación por el perjuicio de orden moral ».

Al examinar estas disposiciones, hay que convenir en que á pesar de todo cuanto se ha dicho, muy poco se ha hecho entre nosotros en favor de la mujer.

CAPÍTULO XI

Los elementos de la culpa extracontractual. — Conclusión. — Algunas aplicaciones. — La concurrencia desleal. — Complicidad en la violación de obligaciones que emanan de contratos.

Hemos estudiado los cuatro elementos que integran el concepto de la culpa extracontractual. Para que pueda prosperar una acción de responsabilidad es indispensable que se encuentren reunidos, en un caso particular, esos cuatro elementos — y que el actor pruebe su existencia.

Establecidos los principios generales, vamos á recordar algunos de los casos de aplicación de tales principios. Esto lo hacemos por vía de ejemplo, y no para recopilar casos de jurisprudencia ni para ilustrar un tratado completo sobre esta materia, que exigiría más extensión que la que podemos darle dentro del programa de nuestro curso.

Empezemos por los llamados «Bureau» de Informaciones, y, fuera de los «Bureau», por las informaciones que se dan sobre determinada persona. Una información sobre las condiciones de moralidad, — condiciones de inteligencia, — ó de capacidad de una persona— puede causarle un perjuicio; y, se pregunta, hasta qué punto puede existir responsabilidad.

Desde luego, y en lo que respecta á los Bureau de Informaciones, — hay que distinguir dos casos: el que presenta la relación que se establece entre el Bureau y el que pide la información, cuya naturaleza contractual aparece claramente, y que, en consecuencia, debe regirse por otros principios; y el que se presenta al Bureau por los perjuicios que un informe suyo pueda causar á la persona de quien se ha solicitado ese informe.

El primer caso es el siguiente: una persona acude al Burean de Informaciones, preguntando sobre la solvencia

de tal ó cual comerciante, y el Bureau de Informaciones afirma la solvencia; sobre esa afirmación del Bureau se hace un préstamo, y la persona no paga á su vencimiento la cantidad adeudada. ¿Qué responsabilidad tiene el Bureau frente al prestamista? Es un caso á resolverse de acuerdo con los principios de la calpa contratual: es una cuestión de obligación entre el Bureau que ha dado el informe, y la persona que ha pagado al Bureau una determinada cantidad por ese informe. Pero, los principios de la culpa aquiliana tendría su aplicación en el caso en que el informe del Bureau perjudicara á una persona que no va á buscar referencias al Bureau, pero de quien el Bureau las ha dado á un tercero; y aquí, como es natural, pueden surgir perfectamente, claramente, todos los elementos de la culpa.

El Bureau de Informaciones puede causar grandes perjuicios á un comerciante, por ejemplo, si se le presenta como insolvente, ó como informal en sus negocios; y si á este perjuicio se reunen los demás elementos (culpa) necesarios para constituir un delito ó causi delito, el Bureau habrá incurrido en responsabilidad. De manera que, respecto de este Bureau de Informaciones, pueden reunirse en muchos casos los elementos de la culpa aquiliana.

El Código Civil Alemán ha establecido en su artículo 824 que, «aquel que contrariamente á la verdad afirme ó divulgue un hecho que por su naturaleza puede perjudicar el crédito de otra persona ó causarle á ésta cualquier otro perjuicio para su posición ó su porvenir, — debe reparar el daño que resulte aún en el caso de que no haya conocido la inexactitud del hecho, siempre que él hubiera debido necesariamente conocerlo.» Se ve, pues, que se ha querido convertir en delito la difusión de noticias falsas que perjudicaran á una persona en su crédito ó en su honor.

Pero, el Código Alemán no quería que esta disposición pudiera entorpecer el funcionamiento de los Bureau de In-

formaciones, y á esto responde el inciso 2.º del mismo artículo, que dice así: «Por el hecho de una comunicación cuya inexactitud no es conocida por quien la hace, éste no está obligado á reparar el perjuicio, cuando él mismo, — ó aquel que ha recibido la comunicación, tenían en esta comunicación un interés legítimo.»

Más difícil y más escabrosa, es la materia de las informaciones dadas privadamente por una persona á otra sobre la conducta de un tercero. Desde luego, aquí conviene distinguir, como en todos los demás casos, el caso de dolo y el caso de culpabilidad. El caso de dolo se regiría por los principios de los delitos contra el honor establecidos en el Código Penal, y el caso de culpabilidad habría que apreciarlo con gran prudencia, atendiendo especialmente á todos los antecedentes y circunstancias, y sin olvidar, que en las referencias privadas puede haber una parte confidencial, muchas veces amistosa, que si se une á una infidencia — de parte de la persona á quien se ha confiado el secreto — excluye toda culpa, y, por consiguiente toda responsabilidad. Es una materia delicada que habrá que resolver según las circunstancias que se presenten en cada caso concreto.

Continuando el estudio de algunas de las aplicaciones de los principios generales que hemos discutido, vamos á ocuparnos de los casos que se han comprendido con la denominación genérica de concurrencia desleal. Lo haremos rápidamente, porque la materia fundamental de este estudio corresponde á otra rama del Derecho; pero, nos corresponde estudiar lo relativo á los delitos ó cuasi delitos que puedan cometerse, ejercitando ciertas actividades reglamentadas por leyes, porque los delitos y cuasi delitos, aún cuando sean ejecutados por comerciantes ó por industriales, y aún cuando tengan su origen en la violación de leyes, que no sean leyes propiamente civiles, siempre son en sí mismos, y por su naturaleza, de carácter civil; no puede hablarse de que haya un delito ó un cuasi delito comercial: el delito ó el cuasi delito

siempre es, por su naturaleza, civil; y las disposiciones que corresponde aplicar, cada vez que se presenta un caso de esta naturaleza, son precisamente las disposiciones que hemos estudiado en las clases anteriores. [1]

Es por estas razones que nos vamos á permitir hacer un breve resumen de los principios que rigen en materia de concurrencia industrial y comercial, para determinar qué es lo que debe entenderse por concurrencia desleal, ó, mejor dicho, por concurrencia ilícita; cuándo se reunen los elementos necesarios para que esta concurrencia ilícita se produzca; y cuáles son las consecuencias de la concurrencia ilícita.

Ustedes saben que el desenvolvimiento de la actividad comercial, lo mismo que el desarrollo cada vez más creciente de la industria, han dado lugar á la formación de un derecho especialísimo, derecho sobre cuya naturaleza se ha discutido y se discute mucho, que algunos autores no lo consideran encuadrado dentro de los antiguos principios, mientras que otros, por el contrario, consideran que, aún cuando haya ciertas diferencias accidentales, los principios que rigen son siempre los mismos. Me refiero á los derechos llamados de propiedad industrial, derechos que algunos grandes tratadistas y algunos grandes jurisconsultos como Picard, jurisconsulto belga uno de los directores de la gran enciclopedia Paudectes Belges, ha calificado como derechos intelectuales, sosteniendo que no son propiamente derechos de propiedad, y que tienen un carácter nuevo y desconocido hasta ahora en la ciencia del Derecho. Sin embargo, examinando algo detenidamente la naturaleza de estos derechos, si bien se descubren diferencias con los demás derechos tutelados por las leyes civiles, se observa también que estas diferencias son de detalle, y que los principios fundamentales, los principios verdaderamente jurídicos de carácter general, no sufren excepción.

(1) No nos ocuparemos de la cuestión relativa á la competencia, resuelta ya por la Alta Corte de Justicia.

De suerte, que los derechos industriales constituyen una propiedad con el carácter más ó menos intelectual que ha querido observarse en ella; pero, que podemos llamar secundario.

Claro está, que el derecho de propiedad que se tiene sobre sobre un privilegio de invención ó sobre una marca de fábrica, no es igual al derecho de propiedad que se tiene sobre un bien material; pero, como digo, en lo fundamental, tan derecho de propiedad es uno como el otro, y ambos encuentran en la ley la misma protección y las mismas garantías.

Es conocido el fundamento sobre que descansa la legislación de privilegios de invención: Consiste en el reconocimiento que hace la ley del derecho que tiene una persona sobre un perfeccionamiento, sobre una aplicación nueva de un procedimiento industrial, sobre el descubrimiento de un producto nuevo y desconocido.

El individuo que descubre un procedimiento para disminuir el gasto de una máquina; el individuo que descubre un nuevo producto que tiene aplicaciones industriales; el individuo que descubre nuevas combinaciones que permiten una ventaja ó un aprovechamiento industrial útil, tienen el derecho de disfrutar de ese invento, de ese esfuerzo durante un término que le acuerda la ley, para explotarlo privilegiadamente; á esto es á lo que se le ha llamado *privilegio de invención* ó *patente de invención.*

La ley reconoce al que ha realizado un esfuerzo por el perfeccionamiento industrial, al que ha preparado un nuevo adelanto para la industria, el derecho de explotarlo en provecho propio durante un cierto número de años. Pasado ese número de años, el privilegio cesa y el procedimiento ó el descubrimiento se incorpora al conjunto de bienes que forman el patrimonio común de todos los ciudadanos. Esta limitación de tiempo no significa que no haya un verdadero derecho de parte del inventor; significa que el inventor al hacer ese descubrimiento no

ha utilizado solamente su bagaje propio, sino que ha utilizado también el bagaje común, el bagaje de todos, que ha utilizado los conocimientos anteriores de todas las generaciones y los conocimientos de su generación, que le han permitido llegar á ese descubrimiento ó á ese perfeccionamiento sobre bases conocidas y con la ayuda de la educación que ha recibido de la sociedad y del aprendizaje que ha hecho en los mecanismos industriales. Su esfuerzo se premia con el privilegio de diez años; pero se reconoce un fondo social en esa invención consistente en los procedimientos y en los adelantos, que ha tenido á la vista el inventor, y que han sido colaboradores en su obra.

Es distinto el derecho sobre las marcas de fábrica. El derecho sobre las marcas de fábrica, no hay que confundirlo con los derechos que se puedan tener sobre el dibujo ó modelo de fábrica: el derecho sobre el dibujo ó modelo de fábrica, es un derecho de propiedad artística ó intelectual; es un artísta que hace un dibujo, que luego se imprime en maderas, telas, papel, etc.; y claro está que es necesario proteger ese esfuerzo, ese trabajo intelectual. De manera que se encuentra, lo mismo que en el caso del descubrimiento, un esfuerzo propio, una invención propia, una novedad, un trabajo intelectual, que es necesario protejer; y las leyes protejen la propiedad artisca. Es distinto el derecho que existe sobre la marca de fábrica: este derecho no es propiamente un derecho sobre la marca, porque para constituir una marca de fábrica no es necesario ningún esfuerzo personal; no es necesario para que el que va á colocar una marca sobre sus productos crear nada, y ni siquiera es indispensable que piense mucho en la marca que va á colocar:—marca de fábrica es cualquier palabra; marca de fábrica es cualquier figura; marca de fábrica es cualquier signo; marca de fábrica es cualquier emblema. De suerte que en la marca de fábrica no existe el esfuerzo que se descubre en el privilegio de invención; no existe el esfuerzo que se encueurra en la realización

de una obra nueva, que se encuentra en la obra del artista, del literato ó del industrial, que hace un dibujo ó un modelo ó un mecanismo; y no existe, por lo tanto, un objeto claro y corpóreo del derecho, como existe en los demás casos; no se encuentra en ninguna parte, cual puede ser el objeto material del vínculo jurídico entre el dueño de la marca y la marca misma.

Más aún: una misma marca, una misma palabra, la palabra *Sol,* empleada por un comerciante para distinguir los objetos que fabrica, por ejemplo, objetos de mueblería, puede ser empleada por un comerciante de comestibles para distinguir sus artículos.

De suerte que no hay ningún derecho sobre la palabra, y esto conviene tenerlo muy presente. porque la marca de fábrica no exige invención; exige simplemente fantasía y exige cierta independencia entre el producto y la marca.

¿Cuál, es, por lo tanto, el objeto del derecho en materia de marcas de fábrica? El objeto del derecho, en materia de marcas de fábrica, es el crédito industrial ó comercial. Todo individuo ó todo comerciante tiene el derecho de que los productos que él vende se distingan de los productos que venden los demás; todo comerciante, todo industrial, tiene el derecho de crear y conservar su crédito: —he aquí, la base del derecho sobre las marcas.

Si un comerciante ó un industrial emplea durante largos años una marca de fábrica, y por sus procederes correctos, por la excelencia del producto que pone en venta, logra acreditar esa marca y consigue que el público consumidor la busque como una garantía de calidad, ese comerciante ó ese industrial ha adquirido sobre esas marcas, sobre esos signos que distinguen su actividad industrial, un derecho indiscutible; y nadie, sin cometer un grave abuso, podría tomar esos signos ó esas palabras para lanzar otros artículos al mercado consumidor y aprovechar de esta manera el crédito conquistado por un comerciante rival

después de largos años de lucha, y después de una larga jornada de trabajo honesto destinada enteramente á conquistar la confianza de los consumidores.

De manera, pues, que en las marcas de fábrica no hay propiamente hablando, un derecho sobre el signo: el que tiene una marca inscripta en el registro respectivo, no tiene ningún derecho sobre el signo; *tiene el derecho exclusivo de usar ese signo para distinguir los artículos que fabrica, si es un fabricante, ó los artículos que vende, simplemente, si es un comerciante.* De manera que en las marcas de fábrica de comercio, el objeto del derecho, puede decirse, es el siguiente: la aplicación de un signo ó de un emblema sobre determinados productos ó determínados artículos.

Las leyes protejen eficazmente las marcas de fábrica, lo mismo que los privilegios de invención; y el desenvolvimiento comercial é industrial ha dado lugar á la formación, á este respecto, de un derecho especial.

No tenemos por qué entrar á estudiar las disposiciones que en especial rigen sobre este particular, porque no forman parte de nuestra materia; debemos, por consiguiente, limitarnos á estudiar los casos de concurrencia desleal. Sólo debemos tener presente, como antecedente para entrar al estudio de esta materia, las nociones generalísimas sobre todas estas leyes de carácter industrial y comercial, — algunas de las cuales, como la ley de marcas, ha establecido especialmente ciertos delitos que se castigan con penas severas; y claro está que, tratándose de delitos castigados con sanciones penales, rigen para ellos los principios que expusimos en clases anteriores, al ocuparnos de la acción civil que nace del delito, y rigen también todos los principios relativos á las relaciones entre la cosa juzgada en lo criminal y en lo civil.

Los delitos previstos en la ley de marcas son varios: en primer término, se castiga con prisión de doce á quince meses el delito de falsificación de una marca; en segundo lugar, se castiga con prisión de nueve á doce meses el delito de imitación de una marca; y se castiga también el

delito de poner en venta artículos con marca falsificada por otro comerciante. [1]. De suerte que hay varios delitos que tienen sus penas en la Ley, y de los cuales nace también una acción civil;—pero, la aplicación de las disposiciones de esta ley penal especial, sólo rigen para las marcas de fábrica que se hallen inscriptas en el registro correspondiente; no rigen para aquellos signos ó aquellas marcas que el comerciante ó el industrial no hayan inscripto.

Descartadas todas estas disposiciones que se rigen, por principios expuestos en clases anteriores, conviene entrar á determinar qué es lo que debe entenderse por concurrencia desleal ó, mejor dicho, por concurrencia ilícita. ¿Qué se entiende por concurrencia ilícita ó por concurrencia desleal? Este es un punto que ha sido muy discutido y que generalmente se desconoce.

Un tratadista francés que se ocupa especialmente de esta materia, Allard, dice que el artículo 1293 del Código Civil, constituye el Código entero de la concurrencia desleal; y el artículo 1293, lo que dice es que todo hecho ilícito del hombre que cause á otro un daño, impone á aquel por cuya culpa, negligencia ó dolo ha sucedido, la obligación de repararlo. He aquí, por consiguiente, toda la legislación francesa, y, puede decirse, que toda la legislación nacional sobre concurrencia desleal.

Y puede decirse que toda la legislación nacional, porque en ella fuera del articulo 1293 citado, no hay nada más que una disposición en la ley especial sobre marcas de fábrica: es un inciso final que prohibe la inscripción de marcas que hagan presumir el propósito de realizar una concurrencia desleal. [2]

¿Qué se entiende por concurrencia desleal? Allard dice que es el conjùnto de maniobras ó de procedimientos que se emplean para desviar la clientela de una casa comer-

(1) Ley de 17 de Julio de 1909, artículos 34 y siguientes.
(2) Ley de 17 de Julio de 1909, artículo 3 inciso 12.

cial; otros autores dicen que concurrencia desleal existe cada vez que un comerciante ó un fabricante quiere apropiarse, por manejos fraudulentos, de la clientela de otro; otros dicen que hay concurrencia desleal, siempre que se trate de provocar la confusión de procedencia comercial ó industrial, es decir, cuando se trata de confundir los productos que vende un comerciante ó que fabrica un fabricante con los productos que vende ó que fabrica otro comerciante ú otro fabricante. Pero de todas estas disposiciones, de todas estas definiciones, podría inferirse esta conclusión: que hay concurrencia desleal cada vez que un comerciante, con culpa ó con mala fe, provoca ó causa un perjuicio á otro comerciante, teniendo, al provocar este perjuicio, un fin de lucro comercial y causando el perjuicio dentro del mecanismo de concurrencia á que están sometidas todas las organizaciones industriales ó comerciales en las sociedades modernas.

De suerte que en materia de concurrencia desleal, como en materia de culpa en general, tenemos varios elementos. En primer lugar, el elemento violación del derecho; el derecho violado será, en ese caso, el derecho que tiene un comerciante — ó un fabricante mismo — de que su actividad comercial sea distinguida de la actividad comercial de los demás. Como diría Yhering, sería en el crédito, es decir, en el sentimiento de irritabilidad jurídica — propio del comerciante donde radicaría la violación del derecho. Al comerciante, cuando se le lesiona más gravemente, es cuando se le afecta el crédito. Y bien: se afecta su crédito, siempre que otros comerciantes ú otros industriales provoquen una concurrencia ilícita respecto de su propia clientela. Es necesario, por consiguiente, que exista un derecho violado, y el derecho violado, no puede nunca ser otro que alguno de los comprendidos en la fórmula «neminem ledere».

El segundo elemento es la imprudencia ó de la mala fe, la culpa de la persona que atenta contra ese derecho.

La regla general en materia comercial es el principio

de la libre concurrencia. Todo comerciante y todo industrial está sometido á esa ley de la competencia; este principio que emana directamente de la libertad de comercio es un principio absoluto que nadie discute hoy en el universo civilizado. Por consiguiente, ningún comerciante puede quejarse de que otro comerciante le haga la competencia, ni que venda á menor precio, ni que haga uso del reclame, ni que trate, por medios llamativos ó por otros medios, de quitarle laclientela á sus rivales. Todo esto es legítimo. Donde empieza lo ilegítimo es donde un comerciante, para lucrar, se apropia de signos que emplea otro comerciante, provoca la confusión de los artículos ó la confusión de lás personalidades comerciales y siempre que un comerciante, con el fin de lucrar, procura aprovechar el crédito ajeno. Esta es la característica del segundo elemento, del elemento subjetivo, del elemento *culpa*, digamos así, de la concurrencia ilícita.

El elemento *culpa* implica casi siempre mala fe, implica casi siempre intención dolosa, y de aquí que se le haya denominado á la concurrencia ilícita, generalmente, concurrencia desleal, — y claro está, que siendo concurrencia desleal, supone siempre la intención dolosa; pero, más propiamente, debe hablarse de concurrencia ilícita, porque ningún comerciante podría, por su culpa, por su imprudencia, por su negligencia y menos aún por su dolo, aprovechar el crédito ajeno, sin incurrir en responsabilidad de acuerdo con las disposiciones relativas á los delitos y á los cuasi delitos. Además, son elementos necesarios el *perjuicio*, y el nexo causal entre el acto de concurrencia ilícita y el perjuicio.

En sus aplicaciones, la concurrencia desleal puede presentar muchísimos casos, tantos, que la doctrina sobre la concurrencia desleal se halla diseminada en millares y millares de sentencias, cuyo estudio corresponde á tratados especiales y no nos corresponde á nosotros que, en esta materia, lo único que procuramos es señalar, puntualizar, que la legislación, que las disposiciones aplica-

bles en materia de concurrencia ilícita, son las mismas disposiciones que hemos estudiado en clases anteriores relativas á la culpa extracontratual.

Pero, entre otras aplicaciones se encontrarían las que indicaremos en seguida. Los cuasi delitos que podrían cometerse al amparo de la impunidad en que quedan ciertos delitos de falsificación é imitación de marcas, cuando esas marcas empleadas por un comerciante, no se hallan inscriptas en el registro respectivo; no estando inscriptas las marcas en el registro respectivo, falta el delito y falta la protección de la ley especial sobre la materia. En este caso, puede producirse la imitación ó la falsificación de la marca, pero al nacer, en este caso, una acción civil, en virtud de los principios del cuasi delito, obliga al comerciante perjudicado á probar el perjuicio, á probar el fraude, ó la culpa, á probar la violación del derecho; en una palabra: lo obliga á seguir un juicio ordinario en condiciones desfavorables y talvez peligrosas, porque en esta materia puede serle difícil á un comerciante probar que otro comerciante, que conocía el crédito que gozaba su marca en el mercado la ha imitado ó la ha falsificado teniendo presente la impunidad, á causa de que dicha marca no se hallaba inscripta en el registro. Pero, fuera de estos casos, los casos más importantes que se presentan á propósito de concurrencia desleal, son los casos de reclame.

El reclame es completamente lícito. Un comerciante tiene el derecho de presentar sus artículos como los mejores, de presentar su casa de comercio como la que vende más barato, de agotar todos los medios de propaganda para atraer hacia él la clientela, ofreciendo beneficios, ofreciéndo facilidádes, presentándose como un favorecedor desinteresado de toda la población; todo esto puede hacer el comerciante; puede hacer uso y abuso del reclame; al hacerlo usa de su derecho.

Sin embargo, no han faltado autores ni decisiones de la jurisprudencia que hayan sostenido que los reclames

mentirosos, los reclames en que se falta á la verdad, constituyen un caso de concurrencia ilícita; y, para ello, se han fundado en que es una inmoralidad que la ley proteja ó tutele esos abusos de reclame que tienden á engañar al público consumidor, y de los cuales aprovechan los comerciantes de pocos escrúpulos, perjudicando á los comerciantes honestos y que no acuden nunca á esos procedimientos para atraer la clientela.

Hay algunas decisiones de jurisprudencia,—una de la Corte de Orleans,—reciente, que ha aplicado esta doctrina moralista, digamos así. Era un caso en que un comerciante anunció como reclame para atraer la clientela, que los artículos que vendía eran restos de un incendio de unos grandes almacenes de mercaderías; por ese procedimiento se atraía á las mujeres, que concurrían en masa á comprar artículos, creyendo que se vendían por cuenta del seguro y que eran restos del incendio; sin embargo, no había ni tal incendio ni tal seguro: el comerciante colocaba en sus anuncios ese reclame para atraer la gente á su establecimiento y hacerle creer que vendía más barato que los demás. La Corte de Orleans, consideró el caso como un caso de concurrencia ilícita; pero, contra esta decisión de la Corte de Orleans se ha pronunciado la jurisprucencia con posterioridad, y puede señalarse, sobre todo, una resolución de la Corte de Bruselas diciendo que la ley civil no es una ley moral y que en vano se buscaría entre sus disposiciones el artículo que estableciera el derecho á la verdad; no hay ninguna disposición de la ley civil que establezca el derecho á la verdad. La única disposición aplicable, por consiguiente, es la disposición del artículo 1293, y para que se aplique el artículo 1293, es necesario que exista un hecho ilícito que atente contra el derecho ajeno, y ese hecho ilícito no puede decirse que exista en el caso de que se anuncie que se venden las mercaderías que se han salvado, de un incendio porque, en sí mismo, esto sólo atentaría contra el derecho á la verdad; no existiendo el derecho

á la verdad, no puede existir ninguna acción judicial por cuasi delito contra estos abusos del reclame.

Pero, si este principio ha sido admitido, ha sido también admitido con carácter general el principio de que en el reclame no se puede de niguna manera designar, ni señalar, ni comparar, ni siquiera insinuar el nombre de un comerciante rival; allí donde aparezca una insinuación, ó donde se haga una designación, ó donde se establezca una comparación entre un industrial y otro industrial, existe un caso de concurrencia ilícita. Nadie, en sus medios de propaganda comercial, tiene el derecho de utilizar un nombre ajeno para denigrarlo, ni para alabarlo, ni tampoco para hacer comparaciones.

Este principio, puede decirse que es un principio universalmente admitido y las decisiones de la jurisprudencia son unánimemente aceptadas. Un comerciante no tiene el derecho de desacreditar á otro comerciante ni de decir que los artículos de éste son inferiores á los suyos; esto no lo puede decir nadie; puede decir que sus artículos son superiores á los de todos, pero como todos tienen el mismo derecho de decir que son los mejores, resulta que inmediatamente aparece la compensación. Puede decirse: mis artículos son los mejores del mundo, no los tiene nadie iguales ni semejantes á los míos. No puede decirse son mejores ó son tan buenos como los de Fulano de Tal.

Sin embargo, estos casos de concurrencia desleal pueden no presentarse tan claros, cuando la concurrencia la hace un género de industria á otro género de industria y la comparación se establece no de comerciante á comerciante, sino de industria á industria.

Sobre esto ha habido cierta vacilación en la Corte de Bruselas primero, y la Corte de París fijó definitivamente la jurisprudencia en un caso reciente: es el caso del fabricante de cacerolas de aluminio, que, en sus reclames, establecía que las cacerolas esmaltadas producían la apendicitis; era una concurrencia que hacía la industria del aluminio á la industria de los utensilios de cocina esmaltados, y la Corte

de Bruselas estableció que era un caso de concurrencia ilícita, de concurrencia desleal. De manera que el principio rige también respecto de la concurrencia que puede hacer una clase industrial á otra clase industrial. Establece más la Corte de Bruselas: establece que todos los fabricantes de cacerolas esmaltadas tenían derecho á exigir la reparación de los perjuicios que habían sido causados con aquel reclame ilícito hecho por el otro industrial. Análogas son las decisiones sobre ciertas comparaciones que se han establecido, — colocando en sus recclames: « Tal licor »...— « Tal licor es mejor que el Chartreusse; es más barato que el Chartreasse »; —todas estas comparaciones están completamente prohibidas y se consideran como casos de concurrencia desleal. Pero, como digo, no es nuestro objeto entrar á estudiar esta materia, que exigiría un tratado completo y nos llevaría más de un año si nos pusiéramos á estudiarla en detalle, sino señalar simplemente que, como dice Allard, todo el Código de la concurrencia desleal se encuentra contenido en este capítulo del Código Civil y que, por consiguiente, una de las aplicaciones de los principios que hemos estudiado, son los casos de concurrencia ilícita ó, si se quiere emplear la denominación corrientemente adoptada, de concurrencia desleal.

Constituye una aplicación de los principios de la culpa extra contractual toda la doctrina que Hugueney ha sintetizado en la fórmula enigmática « responsabilidad del tercero cómplice de la violación de una obligación contractual. « Fórmula enigmática », hemos dicho, repitiendo una expresión del propio Hugueney; fórmula de justicia, de equilibrio, — de lealtad, diremos dentro de un momento cuando siguiendo al autor que acabamos de citar, desifremos el enigma y descubramos un horizonte que nos es conocido, que nos es casi familiar, — pero desgraciadamente poco explorado tódavía en sus detalles.

Hugueney hace notar que cuando se plantea la fórmula á los jurisconsultos, no faltan algunos que exclaman que se encierra en ella una herejía jurídica, porque las con-

venciones solo tienen efectos entre las partes contratantes, — mientras que otros la consideran una cuestión sencilla. una aplicación fácil de los principios del artículo 1293 del Código Civil. Y, tampoco faltan los que recuerdan que hacen dos ó tres años en la revista « Lectures pour tous » con el título los « Fanáticos de la chicana » se relataba como una extraña y excéntrica costumbre yanquee un proceso intentado por una cierta Mistress S... á su amiga Mistress B... que la había quitado una camarera. Del proceso resultaba que Mr. S... había convidado á sus amigas y entre ellas á Mr. B... para una partida de bridge en sus salones en Filadelfia. Una agranable camarera sirvió el té — y se felicitó á la dueña de casa por tener tan agraciada criatura á su servicio. Al salir los invitados la camarera comunicó á Mistress S... que deseaba abandonar su servicio, — pues había sido contratada por Mistress B... que le ofrecia diez pesos más de sueldo y un viaje al extranjero por año. Mistress S... se enfureció y entabló un pleito por daños y perjuicios contra Mistress B... — « Fanáticos de la chicana» llamó la revista á los que intentaban juicios análogos al que hemos recordado como ejemplo, — y la frase aunque severa, dice Hugueney, expresa el sentimiento jurídico dominante en Francia, es una especie de termómetro de la opinión pública sobre el particular... Sin embargo, agrega Huguenez, la dama norteamericana no hacía otra cosa que una aplicación pura y simple de los principios generales de derecho.

Vamos á citar algunos de los casos que presenta Hugueney como expresión de su novedosa fórmula — y luego inferiremos las conclusiones á que nos conducen las soluciones de la doctrina y de la jurisprudencia.

Hugueney se ocupa extensamente de las cuestiones que pueden producirse en los contratos de compra venta, en los de promesa de compra venta, — y especialmente en los de promesa unilateral de venta, que son los que más se asemejan á nuestro derecho nacional, en el cual no

hay como en el derecho francés una disposición que establezca que la promesa de venta, vale venta, — y donde el contrato no tiene la virtud de transferir la propiedad.

Una persona A. promete vender en documento privado, una casa á otra persona B. La negociación se divulga y un propietario contiguo C, ofrece un precio mayor á A por su finca con el fin de evitar que la adquiera B. — A, no tiene otros bienes que esta finca, y resuelve no cumplir su promesa de venta,— transfiere la propiedad á C, por escritura pública.

Entretanto B ha celebrado diversos contratos con el fin de preparar el surtido de artículos para el comercio que se propone establecer, — ha comprometido otros bienes, hipotecándolos,— ha tomada dinero á interés, y, despues de haber realizado todas estas operaciones en la seguridad de que adquiriría la finca, se encuentra con la novedad de que ha sido vendida á C, y que C. que es rival suyo, ha resuelto no enajenarla, ni arrendarla.

De acuerdo con el artículo 1638 del inciso 1.º del Código Civil, B tiene acción para reclamar de A una indemnización de daños y perjuicios, pero, A ha puesto su dinero en lugar que B no podrá descubrir para trabar embargo y hacer efectiva la responsabilidad.

Entretanto C preparador é instigador de la falta de cumplimiento de A. disfruta tranquilamente de sus bienes, y experimenta la satisfacción de haber causado graves perjuicios y trastornos al comerciante que le hace competencia. ¿No tiene C. ninguna responsabilipad?

¿No es un tercero cómplice, ó mejor dicho principal autor del daño causado por A y de la violación de la promesa de compra venta? ¿No es injusto que B se vea perjudicado por la conducta de A y de su cómplice C?

En Francia se recuerdan dos casos de *debauchage,* es decir, « de la acción de hacer abandonar su trabajo á un obrero por una causa cualquiera, ó mediante ofrecimientos de ventajas pecuniarias ó de cualquier otro género. »

Hugueney hace notar sobre este particular que es un sentimiento muy humano el que impulsa á un comerciante á privar á un rival su empleado preferido, á una dueña de casa á tomar á su servicio el sirviente de que otra se enorgullece, sentimiento humano, porque al placer de precurarse un obrero perfecto se agrega la satisfacción de quitárselo á otro. »

El mismo sistema de responsabilidad se encuentra en los contratos de artistas con empresarios de teatros. Una sentencia de la Corte de París de 24 de Noviembre de 1904 acepta la responsabilidad del cómplice de la violación de compromisos contractuales. Los hermanos Isola, contrataron la artista Elena Dutrieu, sabiendo que ésta tenía un contrato anterior, y por cierto plazo con el Casino de París, circunstancia quə se podrá probar plenamente por las informaciones de la prensa, de revistas, programas y por informaciones privadas. La sentencia declara que los hermanos Isola conocían los compromisos anteriores de la Dutrieu, cuya violación ellos prepararon y facilitaron ofreciéndole condiciones más ventajosas.

Los mismos hermanos Isola indujeron al artista Max Hearly á dejar de cumplir sus compromisos con el teatro de « Varietés » para que trabajara en el « Olimpia ». La sentencia establece que los hormanos Isola han debido suponer, — y tal vez conocer — la situaeión del artista nombrado, y en el mejor de los casos acusan un descuido por no haber tomado las precauciones indispensables para conocer la verdadera situación del artista con el teatro en que trabajaba. Pero, estas suposiciones no parecieron bastantes á la Corte para condenar á los hermanos Isola: « su conducta puede ser incorrecta, pero, no puede dar orígen á una acción de responsabilidad. Para que pueda nacer una acción de responsabilidad es necesario que haya mediado inducción, incitación á dejar de cumplir el contrato; « es indispensable que el tercero, haya desempeñado un papel activo ».

En todos los casos se ha procurado extender la res-

ponsabilidad á los terceros que incitaban ó cooperaban á la violación de obligaciones contractuales. Esta responsabilidad de los cómplices de tales violaciones no puede emanar de contratos en los que no han intervenido. La responsabilidad emana del principio general de derecho que impone á todos los hombres la oblígación de no atentar contra los derechos de los demás; y, si estos derechos emanaron de un contrato ajeno al que contribuye á su violación, no por eso han de ser menos respetables y menos dignos de la protección de la ley. Contribuir á la violación de una obligación contractual es realizar un acto ilícito, es causar un perjuicio al derecho ajeno. No hay necesidad de recurrir para explicar la responsabilidad de la persona que incite á otra á faltar á sus compromisos de origen contractual, de recurrír á los principios del derecho penal ó, á las disposiciones de la ley cívil que tíenen el carácter de penas privadas. Como lo ha dicho muy bien Ihering, la historia de la pena es la historia de una perpetua abolición. Y dentro de la legislación civil, si bien podrá discutirse la exactitud del principio absoluto que sienta como un axioma la máxima «el derecho civil no aplica penas, solo acuerda reparaciones», no puede negarse que la función propiamente penal si no es discutible, es, por lo menos, sumamente reducida.

No hay que procurar. pues, encontrar la explicación de la responsabilidad del tercero complice de la violación de una obligación contractual en razones de orden penal. La explicación se encuentra en los principios generales de la culpa. El que contribuye á que se dejen de cumplir obligaciones contractuales, — viola un derecho ajeno, — causa un perjuicio,—y si procede mediando dolo de su parte debe ser obligado á indemnizar los perjuicios, pues, ha cometido un verdadero delilo civtl.

¿Y si solamente ha mediado culpa en el sentido restringido de esta palabra, es decir, imprudencia ó negligencia? Mas arríba hemos visto que la jurisprudencia ha

vacilado. Debemos procurar la aplicación de los principios, y no hay razón para separar el caso de dolo del case de culpa. Pero, en materia de faltas al cumplimiento de las obligaciones contractuales ¿hasta qué límite puede exigirse á una persona que conozca la situación de todos aquellos con quienes celebra transacciones? He aquí una cuestión de hecho cuya solución debe confiarse á la prudencia y justo criterio de los jueces.

(Continuará).

FACULTAD DE MEDICINA

Régimen de la excepción contenida en el art. 51 del Reglamento, relativa á los practicantes. — Resolución denegatoria á la modificación del art. 122 del Reglamento General. — Resolución dejando sin efecto la reglamentación de fecha 26 de Julio de 1912, sobre asistencia facultativa a los cursos teóricos de la Facultad de Medicina. — Reglamentación de la asistencia á los cursos de la Facultad de Medicina. — Supresión del período de exámenes de Mayo, para los estudiantes de Farmacia. — Pase de los estudiantes de tercer año de Medicina al cuarto año, con dos exámenes atrasados. — Reglamentación del examen de práctica de laboratorio, de la Sección Odontológica.

Facultad de Medicina

Régimen de la excepción contenida en el artículo 51 del Reglamento, relativa á los practicantes

FACULTAD DE MEDICINA.

Montevideo, Junio 10 de 1913.

Señor Rector de la Universidad, doctor don Claudio Williman.

Comunico á V. S. que el Consejo Directivo de esta Facultad, en sesión de ayer aprobó la siguiente resolución: «*Régimen de la excepción contenida en el artículo 51 del Reglamento, relativa á los practicantes*».

El Consejo Directivo de la Facultad de Medicina, en uso de las Facultades que le acuerda el artículo 11 de la ley de 31 de Diciembre de 1908, reglamentando la excepción contenida en el artículo 51 del Reglamento General, resuelve:

Artículo 1.º Los estudiantes matriculados en las clínicas Médica y Quirúrgica, que desempeñen las funciones de practicantes en los establecimientos dependientes de la Asistencia Pública y en el Hospital Militar, ganarán los cursos de aquellas asignaturas en los servicios á que estén adscriptos, á condición:

1.º De haber obtenido por concurso el puesto de practicante;

2.º De desempeñar las funciones de tal, durante dos años por lo menos: un año en un servicio de Me-

dicina y otro en uno de Cirujía. En estos cómputos se entienden *años escolares* ó sea de ocho meses.

3.º De seguir mensualmente la observación de cinco enfermos, por lo menos, debiendo presentar á la Facultad estas observaciones escritas y con el Visto Bueno del jefe del servicio respectivo.

4.º De justificar que han desempeñado sus cometidos con asiduidad y dedicación.

Art. 2.º Se justifica la primera condición por medio de un certificado expedido por el Director de la Asistencia Pública ó por el Director del Hospital Militar, en el que deberá constar la fecha en que fué hecho el nombramiento de practicante y la clasificación obtenida en el concurso. En este certificado deberá constar la fecha en que fué hecho el nombramiento de practicante y la clasificación obtenida en el concurso. Este certificado deberá presentarse en la Secretaría de la Facultad de Medicina, dentro del mes siguiente á la fecha del nombramiento.

Art. 3.º La segunda condición exigida por el artículo 1.º se justifica también con certificado del Director de la Asistencia Pública ó del Director del Hospital Militar, en su caso, en el que deberán constar los datos siguientes: tiempo que el alumno ha desempeñado las funciones de practicante, con indicación de las fechas en que comenzó y terminó su cometido; salas ó servicios á que ha estado adscripto; tiempo que ha permanecido en cada uno de ellos, especificando las fechas de entrada y salida y el nombre del médico ó cirujano encargado del servicio.

Este certificado deberá ser entregado al Secretario de la Facultad de Medicina, al solicitar el examen de las clínicas y diez días antes de comenzar el período de exámenes.

Art. 4.º Las observaciones clínicas á que hace referencia el inciso 3.º del artículo 10, deberán ser presentadas en la Secretaría de la Facultad, dentro de los quince primeros días de cada mes.

Art. 5.º La dedicación en el desempeño de sus funciones se prueba por medio de certificados bimestrales expedidos por el Jefe del servicio á que se halle adscripto el practicante, visados, en cuanto se refiere á la asiduidad, por el Director del Hospital que corresponda, quien deberá dejar constancia en el certificado que expida, del número de faltas de asistencia en que haya incurrido el practicante.

Estos certificados deberán ser entregados á la Secretaría de la Facultad de Medicina, en los quince días siguientes á la terminación del bimestre á que correspondan.

Art. 6.º Para el solo efecto de obtener la matrícula del año siguiente, se considerarán ganados los cursos de las clínicas generales (médica y quirúrgica), cuando el estudiante haya presentado cuatro certificados de los que establece el artículo 5.º; pero no podrán prestarse los exámenes de esas clínicas sino después de cumplidas todas las condiciones impuestas por el artículo 1.º en la forma que detallan los artículos 2.º, 3.º, 4.º y 5.º.

Art. 7.º Cuando el practicante no haya completado el tiempo que exige el artículo 1.º para ganar los cursos de las clínicas generales, ó hubiera entrado á desempeñar su puesto después de tener ganados, en la forma reglamentaria, alguno ó algunos cursos de clínicas, se le admitirán los certificados, que presente en forma, para completar los cursos que le falten.

Art. 8.º Los alumnos que desempeñen las funciones de practicantes en las clinicas especiales, ganarán los cursos respectivos justificando, en la forma antes establecida, haber estado al servicio de cada una de ellas durante un semestre escolar.

Art. 9.º Lo establecido en la presente reglamentación se aplica desde ya á los cursos del presente año escolar y no reviste el carácter de obligatorio: los practicantes que lo deseen podrán seguir sus cursos de clínicas en la forma reglamentaria.

Art. 10. Para los practicantes del Hospital Militar esta reglamentación empezará á regir desde el 1.º de Enero de 1914.

Art. 11. Comuníquese á las direcciones de la Asistencia Pública y del Hospital Militar, y publíquese.

Lo que tengo el honor de elevar á V. S. á los efectos determinados en el arlículo 11 de la precedente resolución.

Saludo atentamente al señor Rector.

MANUEL QUINTELA,
Decano.

Benito del Campo,
Secretario.

Elévese al Consejo Universitario.

WILLIMAN.

A. C. Pacheco.

Se dió cuenta al Consejo Universitario en sesión del 2 de Julio de 1913.

E. G. Millot.
Oficial 1.º

Resolución denegatoria á la modificación del art. 122 del Reglamento General.—(Revalidación de títulos)

(Véase ANALES DE LA UNIVERSIDAD, tomo 89, página 462)

Montevideo, Agosto 19 de 1913.

Al señor Rector de la Universidad:

El Poder Ejecutivo ha dictado el siguiente decreto:

« Ministerio de Instrucción Pública.—Montevideo, Agosto 19 de 1913.— *Vistos:* el pedido formulado por la Universidad para que se modifique el inciso 2.º del artículo 122 del Reglamento en la forma siguiente: «Los aspirantes á revalidación que tengan la calidad de ciudadanos *naturales*, ó los que, sin poseer esa calidad, hayan cursado todo su bachillerato en el país, etc. », de modo que queden excluídos los ciudadanos *legales.*— Resultando: que el artículo 122 del citado Reglamento fija las condiciones del examen que deben rendir los que deseenre validar el título de doctor en Medicina,— y en el inciso 2.º las limita para los aspirantes que tuvieren la calidad de ciudadanos,— entendiéndose, como era lógico que en esa expresión estaban incluídos, también, los ciudadanos legales; Que el Consejo de la Facultad de Medicina manifiesta: *a)* que desde hace muchos años los extranjeros que se presentan ante la Facultad solicitando la revalidación de sus títulos, empiezan por tomar carta de ciudadanía para eludir la obligación de rendir el examen completo; *b)* que todos los países exigen pruebas severísimas para conceder la revalidación; *c)* que dado el gran número de médicos que egresan de la Facultad, hay conveniencia en evitar, en lo posible, la competencia de los extranjeros, y que éstos tienen una menor preparación,—que el señor Fiscal de Gobierno de 1.er turno, llamado á dictaminar, lo hace en sentido favorable á

la modificación proyectada, si bien expresa «que, á su juicio, los títulos dados en el extranjero valen, ó no, por la institución que los da, pero no por la nacionalidad de quien los recibe».—Considerando: que debería primar, como motivo fundamental para establecer una mayor ó menor severidad en el examen de reválida, el origen de la institución que otorga el título que se presenta, y no la nacionalidad del aspirante.—Que la excepción establecida en el artículo citado, sólo se justifica como una medida de protección á los pretendientes que poseen la calidad de ciudadanos, es decir, que estén vinculados á la sociedad, pero de ninguna manera implica una benevolencia especial, que tendría como consecuencia el ingreso al cuerpo médico de elementos de escasa preparación.—Que eso se confirma al analizar las pruebas indicadas en el artículo 122, pues, en efecto, los números primero y segundo se refieren á conocimientos generales que se suponen existen en los que rinden sufriendo examen de las materias señaladas en los números tercero y cuarto, que se relacionan directamente con el ejercicio de la profesión médica, por lo que puede admitirse que el examen completo establecido en el artículo 122 no tiene otro objeto que dificultar la revalidación é impedir que aprovechen de ella elementos sin arraigo en el país, que después de algunos años de residencia se alejen definitivamente,—y que la suficiencia científica, para el ejercicio de la profesión, se justifica acabadamente con las pruebas tercera y cuarta,—de todo lo cual resulta que esa excepción no supone que á los aspirantes que sean ciudadanos se les exija una menor preparación.—Que admitiendo eso se concluye forzosamente, que el tratamiento para los ciudadanos legales debe ser el mismo que para los naturales, pues dentro de nuestra legislación Constitucional ó Civil, ambos están, por lo general, en las mismas condiciones,—y el ciudadano legal, que ha adquirido esa calidad después de una residencia de tres años, está vinculado al país,

y nada justifica ante el derecho común que se le coloque en una situación notoriamente inferior á los naturales — Que una nación como la nuestra, que tiene gran interés en asimilarse todos los extranjeros que vengan, debe, más bien, mirar con simpatía una disposición, como la del artículo 122, cuyo resultado, sin sacrificar la preparación científica, es el de arraigar á los extranjeros, — y entre un médico que revalida dando el examen completo, pero manteniéndose extranjero, y otro que rinde un examen suficiente adoptando la ciudadanía, debe preferirse éste, y, por consiguiente, mantener la disposición que provoca este resultado. Considerando: que, por otra parte, según se desprende de los fundamentos invocados por la Facultad de Medicina, eso ocurre también en Francia, pues allí se ponen trabas de toda clase para la revalidación, y hasta se prohibe á los que la consiguen, mientras permanezcan como extranjeros, el ejercicio de la profesión, pero ese veto cesa una vez que el médico adquiere la ciudadanía francesa. — Considerando: que el argumento que formula la Facultad sobre conveniencia de evitar la competencia que podrán hacer los médicos extranjeros á los nacionales, debe ser desechado, ya sea porque existe un interés público en aumentar la asistencia científica como medio de concluir con los curanderos y prácticos, ó porque el número de facultativos existentes no alcanza aún para llenar las más elementales necesidades, como se comprueba con la existencia de Departamentos de 30,000 á 40,000 habitantes que apenas cuentan con uno ó dos médicos, — de pueblos, ó agrupaciones de cierta importancia, que no disponen de ninguno, — de grandes zonas rurales que carecen en absoluto de servicios médicos, — por lo cual éstos sólo se prestan á las personas ricas que pueden trasladarse á las ciudades, ó llevar el facultativo á sus expensas, — todo lo cual origina el alto coeficiente de mortalidad sin asistencia médica que revelan nuestras estadísticas. — Que si nuestros médicos jóvenes encuentran en las ciudades un

medio apropiado para trabajar, es posible, en cambio, que los extranjeros, con menos pretensiones de éxito inmediato, ó con más dificultad para imponerse en ellas por falta de vinculaciones, vayan á la campaña á llenar el vacío existente, prestando así un servicio de que ahora se carece.—Considerando: que la Universidad con el reglamento actual puede, aún dentro de las pruebas limitadas, ser exigente en el examen de reválida, á fin de que los que sean aprobados tengan una sólida preparación científica, y que si los que ahora revalidan tienen menos conocimientos que los facultativos nacionales se debe, posiblemente, á la benevolencia de los tribunales examinadores, siendo, por lo tanto, fácilmente subsanable el caso indicado, sin necesidad de recurrir á una medida que perjudicaría la igualdad constitucional entre ciudadanos naturales y legales, — que, no obstante lo expresado, la práctica demuestra que las pruebas que se exigen á los ciudadanos para otorgarles la reválida es insuficiente para demostrar su preparación, las autoridades universitarias pueden gestionar su ampliación, pues existe verdadera conveniencia en que los que sean autorizados para ejercer la Medicina posean los conocimientos científicos indispensables.—Por estos fundamentos: El Poder Ejecutivo resuelve no hacer lugar á la modificación del artículo 122, inciso 2.º, que solicita la Universidad.—Comuníquese, etc.

BATLLE Y ORDÓÑEZ.
BALTASAR BRUM. »

Resolución dejando sin efecto la reglamentación de fecha 26 de Julio de 1912, sobre asistencia facultativa á los cursos teóricos de Medicina.

(Véase Anales de la Universidad, tomo 89, página 252)

Ministerio de Instrucción Pública.

Montevideo, Agosto 26 de 1913.

Atento á las consideraciones formuladas por el Consejo Universitario relativas al Reglamento sobre asistencia facultativa de los alumnos de Medicina a los cursos teóricos, aprobado por resolución del 26 de Julio de 1912, — déjase sin efecto dicho Reglamento. Comuníquese á quienes corresponda.

BATLLE Y ORDÓÑEZ.
Baltasar Brum.

Reglamentación de la asistencia á los cursos de la Facultad de Medicina

Ministerio de Instrucción Pública.

Montevideo, Setiembre 9 de 1913.

Vistos: estos antecedentes relacionados con el pedido de modificación del reglamento de asistencia á los cursos de la Facultad de Medicina, formulado por el Consejo de ésta.

Considerando: que el reglamento actual dispone que en las Clínicas Médica y Quirúrgica se perderán los cursos con diez faltas por semestre escolar, y en los demás ejer-

cicios prácticos con seis inasistencias, en el mismo período. Que para fijar la asistencia es preferible seguir el criterio generalmente admitido de contar las faltas por la cantidad de clases que se efectúen durante el año universitario, es decir, según sean, diarias ó alternas, porque esto está de acuerdo con la importancia de las materias.

Considerando: que el número de faltas fijado por el Consejo es prudencial, porque un excesivo rigor en esa cuestión podría perjudicar á los estudiantes, como ocurriría, por ejemplo, en el caso de que les conviniera faltar á una clínica, donde no se presentase ningún caso nuevo ó interesante á fin de concurrir á otro donde eso sucediera, y cuya asistencia no fuera obligatoria ese día.

Considerando: que conviene determinar también el número de faltas de que serán exonerados los estudiantes por enfermedad. El Poder Ejecutivo, resuelve:

Artículo 1.º Las disposiciones sobre asistencia de los estudiantes á las clases de Medicina (página 26 del anexo número 1 de Leyes y Reglamentos de la Universidad), quedarán modificadas en la siguiente forma: El estudiante que faltare treinta veces en el año á una clase teórica y veinte á los ejercicios prácticos de Anatomía, perderá la respectiva reglamentación.

En las clínicas diarias se perderán los cursos con quince faltas, por semestre escolar y con diez en las alternas, durante el mismo período.

Los alumnos, en caso de enfermedad, podrán ser exonerados hasta de diez ó de cinco faltas, según sean diarios ó alternados los cursos.

Art. 2.º Comuníquese, etc.

BATLLE Y ORDÓÑEZ.
BALTASAR BRUM.

Supresión del período de exámenes de Mayo para los estudiantes de Farmacia

Ministerio de Instrucción Pública.

Montevideo, Setiembre 2 de 1913.

Vistos: estos antecedentes elevados por la Universidad, relacionados con la supresión de los «exámenes de Mayo en la Facultad de Medicina».

Resultando que el Consejo de esa Facultad solicitó la supresión de los exámenes de Mayo fundándose: *a)* en que la existencia de ese período de exámenes perjudica el funcionamiento normal de los cursos por realizarse durante el año universitario; *b)* en que con esa reforma no se lesiona á los estudiantes porque éstos pueden rendirlos en Febrero.

Resultando, que los estudiantes de Farmacia se opusieron á esa modicación por considerar que desvirtúa el plan de estudios vigente, cuyas conveniencias, en lo que se relaciona con el período de exámenes, son indiscutibles,—y por consiguiente solicitan que, si el Consejo de Medicina juzga necesaria esa reforma, ella no empiece á cumplirse mientras no se implante el nuevo régimen de estudios. Resultando, que el Consejo de Medicina en vista de la resistencia opuesta por los estudiantes, reconsideró su resolución proponiendo como fórmula transaccional la de aplicar la precitada resolución de este Consejo, á los alumnos que ingresen en lo sucesivo á la Escuela de Farmacia, pudiendo los que actualmente cursan Farmacia aprovechar el período de Mayo.

Considerando, que el período de exámenes de Mayo ofrece graves inconvenientes de orden pedagógico, por lo cual ha sido suprimido en casi todas las Facultades, estableciéndose, en cambio, que las pruebas complementarias se realicen en Febrero.

Que como los cursos universitarios empiezan en Marzo, los exámenes, es decir, cuando aquéllos ya están adelantados, vienen á interrumpirlos, pues los estudiantes que tienen que rendir exámenes descuidan la asistencia á las clases,—y por otra parte, la misma naturaleza de exámenes complementarios hace suponer que deben ser rendidos previamente á la indicación de los nuevos cursos.— Que de acuerdo con ese criterio, debería confirmarse la primitiva resolución del Consejo de Medicina, si una especial á dicha Facultad no quitara cierta eficacia á aquellos fundamentos,—pues, en efecto, en esa Facultad los estudiantes que siguen el plan de 1905, una vez que hayan cursado ciertas materias, pueden rendir exámenes cuando lo deseen, ocurriendo con tal motivo que continuamente se den éstos fuera de los períodos regulares,— y que aún cuando el plan de 1912 tiene por fin suprimir esa libertad, es indudable, que por haberse respetado los derechos de los estudiantes, aquella situación continuará durante algunos años y que por lo tanto ella no se agrava con que se permita á los estudiantes de Farmacia que se examinen en Mayo.

Que tampoco hay motivo para suprimir los exámenes de Mayo para los estudiantes de Medicina que siguen el plan de 1902, no sólo porque ellos forman un pequeñísimo número, sino también porque no se ocasionará perjuicio alguno, puesto que los numerosos estudiantes del plan de 1905 tienen la facultad de rendir exámenes cuando lo solicitan.

Considerando: que, en virtud de lo manifestado por las autoridades universitarias, hay interés en regularizar los períodos de exámenes en la Facultad de Medicina y ramas anexas, el Poder Ejecutivo

RESUELVE:

Artículo 1.º Los estudiantes de Medicina que siguen el plan de 1902 podrán rendir exámenes en Mayo.

Art. 2.º Déjanse subsistentes los exámenes de Mayo para los actuales estudiantes de Farmacia, mientras no se promulgue el nuevo plan de estudios para esa Sección. Los estndiantes que en lo sucesivo ingresen á Farmacia sólo podrán rendir sus exámenes complementarios en el mes de Febrero.

Art. 3.º Comuníquese, etc.

Rúbrica del señor Presidente.
BALTASAR BRUM.

Pase de los estudiantes de 3.er año de Medicina á 4.º año, con dos exámenes atrasados

MINISTERIO DE INSTRUCCIÓN PÚBLICA.

Montevideo, Setiembre 23 de 1913.

Atento á la resolución favorable del Consejo Universitario, apruébase la del Consejo de Medicina, que dice así: «Los estudiantes de 3.er año de Medicina que permanezcan en el plan de estudios de 1912, podrán pasar al 4.º año de carrera con dos exámenes atrasados, siempre que hayan ganado los cursos correspondientes.»

Comuníquese.

Rúbrica del señor Presidente.
BALTASAR BRUM.

Reglamentación del examen de Práctica de Laboratorio de la Sección de Odontología

MINISTERIO DE INSTRUCCIÓN PÚBLICA.

Montevideo, Setiembre 2 de 1913.

Vistos: estos antecedentes relacionados con la reglamentación del examen de Práctica de Laboratorio en la Sección de Odontología;

Atento á que el proyecto de reglamentación ha sido aprobado por los Consejos de la Facultad de Medicina y Universiterio, y á lo dispuesto por el artículo 11 de la ley de 31 de Diciembre de 1908 é inciso 1.º del artículo 34 de la ley de Julio 14 de 1885; el Poder Ejecutivo

RESUELVE:

Artículo 1.º El examen de Práctica de Laboratorio consistirá en la descripción de los aparatos é instrumentos de Odontología y en la preparación del trabajo que indique la Mesa Examinadora, dándose al estudiante el tiempo necesario para ejecutarlo.

Art. 2.º El trabajo práctico que se menciona en el artículo anterior, podrá consistir:

a) en preparar y confeccionar un modelo en yeso, con una cámara de succión de metal suave, estaño, plomo, etc.

b) en colocar, en un modelo de yeso, una placa de gutapercha y rodete de cera para articular.

c) en confeccionar dos ganchos para detención, debiendo ser soldado uno de ellos.

d) en colocar en la mufla un modelo con su gutapercha, sin dientes.

e) en colocar caucho en la mufla.

f) en preparar un modelo de yeso para moldes metálicos.
g) en preparar un molde y contramolde metálico.
h) en colocar en el yeso una dentadura de caucho para refacción.

Art. 3.º Comuníquese.

Rúbrica del señor Presidente.
BALTASAR BRUM.

Creación del Instituto de Radiología en la Facultad de Medicina

MINISTERIO DE INSTRUCCIÓN PÚBLICA.

Montevideo, Diciembre 16 de 1913.

Vistos: Estos antecedentes relacionados con la creación del Instituto de Radiología;

Considerando: Que la ley de Diciembre 20 de 1912 que dispuso la compra de medio gramo de radium establece que su estudio y aplicación serán incorporados al actual servicio de radiología, «el cual podrá ampliarse y completarse hasta ponerlo en las condiciones exigidas por la ciencia y las necesidades hospitalarias»;

Que la creación de un Instituto de Radiología responderá á un doble fin: el terapéutico, para diagnósticos y tratamientos, y el científico, para estudio de los agentes radiológicos y enseñanza á los estudiantes de medicina;

Que el desarrollo de la ciencia radiológica desde el punto de vista de la terapéntica es cada vez mayor, como se ha comprobado en los más recientes congresos médicos, en los cuales la sección de radiología ha revestido extraordinaria importancia;

Que tratándose de una verdadera especialización, con-

viene organizar un Instituto en donde, al mismo tiempo que se efectúen investigaciones científicas, se enseñará á los alumnos de nuestra Facultad de Medicina esa modernísima rama médica;

Que las erogaciones que se originen con la organización del Instituto de Radiología se cubrirán con las rentas que producirá el mismo establecimiento por las aplicaciones terapéuticas á los enfermos pudientes;

El Poder Ejecutivo;

RESUELVE:

Artículo 1.º Créase en la Facultad de Medicina el Instituto de Radiología, en el que se practicarán:

a) Estudios científicos sobre las distintas radiaciones;
b) Cursos de enseñanza sobre las mismas;
c) Aplicaciones clínicas de las radiaciones al diagnóstico y al tratamiento de las enfermedades.

Art. 2.º El Instituto de Radiología tendrá el siguiente personal científico, que estará, también, encargado de la enseñanza, y que gozará de las asignaciones que se determinan.

Un Director con	$	3.600	anuales
Un Subdirector con	»	2.400	»
Un Médico-ayudante con	»	1.200	»

Art. 3.º El sueldo del personal del Instituto, así como los gastos que se originen por su funcionamiento, renovación de material, adquisición de nuevos útiles y aparatos, etc., se costearán con las rentas que produzca el mismo Instituto.

Art. 4.º El Instituto se instalará en el Hospital Maciel y su funcionamiento y organización podrá ser motivo de un convenio á celebrarse entre la Facultad de Medicina y la Asistencia Pública Nacional.

Art. 5.º Comuníquese etc.

BATLLE Y ORDÓÑEZ.
BALTASAR BRUM.

Reglamentación de los cursos de Clínicas en la Facultad de Medicina

MINISTERIO DE INSTRUCCIÓN PÚBLICA.

Montevideo, Diciembre 16 de 1913.

Vistos estos antecedentes elevados por la Universidad relativos á la reglamentación de los cursos de clínicas en la Facultad de Medicina.

SE RESUELVE:

Artículo 1.º Sin perjuicio de los demás requisitos reglamentarios para ganar los cursos de clínicas, será necesario que el alumno presente, por lo menos, en cada semestre, tres historias clínicas completas, visadas por el profesor correspondiente.

Art. 2.º Estas historias serán entregadas en la Secretaría de la Facultad de Medicina antes del 31 de Octubre de cada año.

Art. 3.º Comuníquese etc.

BATLLE Y ORDÓÑEZ.
BALTASAR BRUM.

FACULTAD DE DERECHO Y CIENCIAS SOCIALES

Ley incluyendo los estudios de Sociología entre los cursos de la Facultad de Derecho y Ciencias Sociales. — Profesores agregados: Resolución que permite percibir las asignaciones de sus cargos sin necesidad de obtener el beneficio de la acumulación de sueldos. — Exámenes parciales de la Facultad de Derecho (supresión de las pruebas escritas). — Disposición sobre los exámenes orales.

Facultad de Derecho y Ciencias Sociales

Estudios de Sociología

LEY

PODER LEGISLATIVO.

El Senado y Cámara de Representantes de la República Oriental del Uruguay, reunidos en Asamblea General,

DECRETAN:

Artículo 1.o Declárase comprendida en el plan de estudios de la Facultad de Derecho y Ciencias Sociales, la enseñanza de la Sociología.

Art. 2.o Comuníquese, etc.

Sala de Sesiones de la Honorable Cámara de Senadores, en Montevideo á 30 de Junio de 1913.

MANUEL B. OTERO,
Presidente.

M. Magariños Solsona,
Secretario.

MINISTERIO DE INSTRUCCIÓN PÚBLICA.

Montevideo, Julio 8 de 1913.

Cúmplase, acúsese recibo, comuníquese, insértese en el Registro de leyes de este Ministerio y con la copia correspondiente remítase al del Interior.

BATLLE Y ORDÓNEZ.
BALTASAR BRUM.

Profesores agregados

RESOLUCIÓN QUE PERMITE Á LOS PROFESORES AGREGADOS DE LA UNIVERSIDAD, PERCIBIR LAS ASIGNACIONES DE SUS CARGOS, SIN NECESIDAD DE OBTENER EL BENEFICIO DE LA ACUMULACIÓN DE SUELDOS.

MINISTERIO DE INSTRUCCIÓN PÚBLICA.

Montevideo, Agosto 19 de 1913.

(Número 333/1913).

Vistos estos antecedentes, de los que resulta:

Que la Contaduría General de la Universidad consulta si los candidatos á profesores agregados tienen necesidad de obtener el beneficio de acumulación de sueldos, para percibir las asignaciones que se detallan á fojas 1;

Que el señor Decano de la Facultad de Derecho entiende que dichos candidatos se hallan en situación análoga á la de los examinadores que cobran sus retribuciones sin llenar aquel requisito;

Considerando: Que el decreto de 30 de Agosto del año próximo pasado obliga á los aspirantes á profesores agregados á dictar las lecciones siempre que así lo dispongan el Decano ó el Profesor, y establece que con tal motivo recibirán una dieta de cuatro pesos por lección (artículos 6.º y 7.º);

Que, por consiguiente, los candidatos de la referencia, al dar una clase, no desempeñan empleo público alguno, sino que cumplen una de las obligaciones reglamentarias ineludibles para ser nombrado Profesor Agregado, é impuesta con fines análogos á los de la práctica escolar que se exige á los maestros en determinados casos;

Que no modifica la situación legal de tales aspirantes el hecho de que se haya juzgado equitativa la retribución

de esas lecciones, en atención á la labor que representa la preparación previa de los mismos y á los beneficios que puede reportar á los alumnos la publicación de las disertaciones, lo que les permitirá abordar el estudio de ciertos temas sin las dificultades inherentes á la consulta directa de los autores que los tratan;

Que en consecuencia, no es posible, razonablemente, sostener que alcanzan á los candidatos á Profesores Agregados las disposiciones vigentes en materia de acumulación de sueldos;

Considerando, por último: Que para mejor proveer en lo relativo á los encargados de grupo, es conveniente recabar informes aclaratorios que permitan apreciar si se encuentran en las mismas condiciones que los mencionados aspirantes,

SE RESUELVE:

1.º Declarar que los candidatos á Profesores Agregados pueden percibir sin necesidad de previa acumulación las dietas que señala el artículo 6.º del decreto de 30 de Agosto del año próximo pasado.

2.º Que la Universidad informe respecto de si todos ó algunos de los encargados de grupo actúan y perciben las remuneraciones en las mismas condiciones que los candidatos á profesores agregados.

3.º Comuníquese y pasen estos antecedentes á la citada institución.

Rúbrica del señor Presidente.
BALTASAR BRUM.

Montevideo, Agosto 23 de 1913.

Comuníquese á la Facultad de Derecho y Ciencias Sociales, publíquese con sus antecedentes en los ANALES DE

LA UNIVERSIDAD, pase á la Contaduría para su conocimiento y para que produzca el informe que solicita.

WILLIMAN.

Andrés C. Pacheco.

Montevideo, Septiembre 9 de 1913.

Señor Rector:

En la Facultad de Derecho y en la Sección de Enseñanza Secundaria se tiene encargados de clases ó grupos á quienes se les paga en forma de dieta.

Para los primeros no se les exige el pedido de acumución y lo mismo ocurre con los Profesores Encargados de grupos en materias de enseñanza preparatoria. En cambio, se les exige acumulación en su caso á los encargados de grupos de Enseñanza Secundaria.

En cuanto á los primeros, se les paga en concepto de simples gastos y de acuerdo con el artículo 11 del Reglamento de Administración de Rentas, por lo cual, no se llena respecto de ellos el requisito del nombramiento por el Poder Ejecutivo.

Respecto de los últimos, tampoco se llena respecto de ellos el requisito del nombramiento, pero el decreto del Poder Ejecutivo de 20 de Octubre de 1911, dió lugar á la duda de si á su respecto debía seguirse aplicando la regla del artículo 11 del Reglamento citado ó si debían considerárseles como verdaderos empleados, en cuyo caso les correspondería pedir acumulación para percibir la retribución fijada, si á la vez desempeñaban otro empleo. Dicha duda fué resuelta en el último sentido, viniéndose así á colocar en distinta situación á unos y otros. Ninguno de estos encargados de clases ó grupos cobran en vacaciones (pues se les paga por cada clase que dan) y ninguno tiene derecho á la clase ó grupo, pues no tienen

nombramiento á su favor y sin embargo á los últimos no se les permite sin llenar el requisito de la acumulación, percibir otro sueldo,—mientras respecto de los primeros no rige para el efecto de cobrar sus dietas el principio sobre no acumulación de sueldos.

Estos son los datos que puede suministrar la Contaduría.

Relativamente á las demás circunstancias de hecho, para poder determinar si estos profesores se encuentran en las mismas condiciones que los Profesores Agregados, entiendo que no es materia de este informe, porque no sería esta oficína la autorizada para apreciarla debidamente.

Saludo á V. S. atentamente.

Fr. Palomino Zipitría,
Contador.

Montevideo, Septiembre 15 de 1913.

Pasen estos antecedentes á la Facultad de Derecho y Ciencias Sociales, á fin de que el señor Decano se sirva consultar los informes que se solicitan.

WILLIMAN.

Andrés C. Pacheco.

FACULTAD DE DERECHO Y CIENCIAS SOCIALES.

Montevideo, Septiembre 30 de 1913.

Señor Rector:

La situación legal de los sustitutos encargados de grupo, en lo que atañe á si deben ó no solicitar acumulación de sueldos, cuando desempeñan además un puesto rentado

en la Administración Pública, es jurídicamente idéntica á la de los candidatos á Profesores Agregados, á cuyo respecto acaba de dictar resolución el Poder Ejecutivo.

En efecto, el servicio que aquellos desempeñan tiene el carácter de una comisión que comienza y cesa cuando así lo dispone el Honorable Consejo Directivo de la Facultad de Derecho y Ciencias Sociales, sin intervención de ninguna otra autoridad.

El sustituto es designado para dictar la clase generalmente al principio del año universitario y cesa, en todos los casos, de pleno derecho, al terminar éste, debiendo ser nombrado de nuevo cuando sea necesario que vuelva á dictar el curso durante el año siguiente.

Se le remunera por dietas, que se imputan á las Rentas propias de la Facultad, de las cuales puede disponer ésta para el pago de los sustitutos, de acuerdo con el artículo 41 de la Ley de Julio 14 de 1885 y en la forma establecida en el artículo 11 del Reglamento para la administración de las Rentas Universitarias.

Los sustitutos encargados de grupo no desempeñan pues, ninguna «Cátedra» universitaria, ni ningún puesto permanente, sino una comisión de índole precaria impuesta unas veces por la distinta extensión de los programas relativos á carreras diversas (así por ejemplo los estudios que siguen los estudiantes de abogacía, son más profundos que los que corresponden á los de notariado y no habiendo más que un Catedrático presupuestado para cada curso, la creación de grupos accidentales se impone por razones pedagógicas indiscutibles) otras veces, esa comisión responde al deseo de subdividir clases demasiado numerosas (esto ha ocurrido á veces en los cursos de Notariado), otras á la razón de existir dos cursos programados correpondientes á la misma materia y un solo profesor presupuestado (como en Derecho Constitucional); y otros, por último, á la necesidad de dictar clases complementarias de las del titular, á causa de la mucha extensión de los programas, como por ejemplo en Derecho Administrativo.

Como dato ilustrativo, debo manifestar que en la Facultad de Dereeho sólo existen tres sustitutos encargados de grupos, que tiene además un puesto rentado permanente en la Administración Pública: los Doctores Carlos M. Sorin, Justino J. Jimenez de Aréchaga y Arturo Gaye.

Es cuanto tengo que informar á V. S. á quien saludo muy atentamente.

JOSÈ CREMONESI,
Decano.

Héctor Miranda,
Secretario.

Montevideo, Octubre 6 de 1931.

Excelentísimo señor Ministro de Instrucción Pública, doctor don Baltasar Brum.

Con los informes solicitados tengo el honor de devolver á V. E. los antecedentes relativos á la retribución correspondiente á los Profesores Agregados de la Facultad de Derecho y Ciencias Sociales.

Saluda á V. S. muy atentamente.

CLAUDIO WILLIMAN.

Andrés C. Pacheco.

MINISTIERIO DE INSTRUCCIÓN PÚBLICA.

Montevideo, Noviembre 18 de 1913.

Vístos y resultando: que el Poder Ejecutivo al resolver el 19 de Agoso último la consulta promovida por la Contaduría de la Universidad, acerca de si los profesores agregados y encargados de grupos tienen necesided de obtener el beneficio de acumulación de sueldos para per-

cibir las asignaciones que les fija el decreto de 30 de Agosto del año próximo pasado, en sus artículos 6.º y 7.º declaró en cuanto á los primeros que no es necesario tal requisito y dispuso respecto de los últimos, la remisión de informes aclaratorios á fin de apreciar si se hallan en las mismas condiciones que los referidos profesores.

Considerando que de esos informes resulta: que á los encargados de grupos en la Facultad de Derecho y en materias de enseñanza preparatoria, se les abona sus asignaciones en forma de dieta, y no se les exige aquel requisito: que á los encargados de grupos en materia de enseñanza segundaria se les paga en la misma forma, pero se les impone la obtención previa de la acumulación;

Que ninguno de esos encargados es nombrado por el Poder Ejecutivo ni percibe suma alguna durante las vacaciones;

Considerando: que la propia forma de designación de todos los encargados de grupos demuestran que no desempeñan empleo alguno, sino tan solo una comisión precaria que les confieren las autoridades universitarias;

Que la manera como son retribuídos, es decir, por clase, evidencia que ni devengan sueldos en el concepto extricto del vocablo ni ocupan propiamente empleo público alguno;

Que por consiguiente se hallan en situación análoga á los de los Profesores Agregados, y siendo así no existe razón valedera, para acordar á unos y á otros distinto tratamiento y menos para establecer diferencias entre dichos encargados, colocando á los de asignatura de Enseñanza Secundaria en peores condiciones que los demás;

Por estos fundamentos el Poder Ejecutivo

RESUELVE:

Se declara comprendido á todos los encargados de grupos que prestan servicios en la Universidad en la disposición contenida en el artículo 1.º del decreto de 19 de

Agosto de 1913, que exime del requisito de la acumulación de sueldos á los Profesores Agregados.

Comuníquese y devuélvase.

Rúbrica del señor Presidente.
BALTASAR BRUM.

Consulta de la Contaduría sobre liquidación de sueldos conforme al precedente Decreto

Montevideo, Diciembre 1.º de 1913.

Señor Rector:

Con motivo del decreto dictado por el Poder Ejecutivo por el cual se declara que los Sustitutos Encargados de clases y Profesores Agregados en general no necesitan llenar el requisito de la acumulación para recibir las remuneraciones que se les otorga, fijadas por dietas, la Contaduría, en previsión de ulteriores dificultades, solicita de V. S. quiera aclarar lo dispuesto por aquel Decreto en cuanto á si el debe regir solo para el futuro, ó si en cambio producirá efectos aún sobre lo pasado.

Esta declaración la solicito porque hay algunos Sustitutos de Enseñanza Secundaria que en los años anteriores dejaron de percibir partes de las dietas que por ese concepto les correspondían, en virtud de que, no habiendo obtenido la acumulación, la Contaduría no las liquidaba otros han dado cursos completos sin retribución alguna, porque teniendo ya acumulación entre otros dos cargos, no podían legalmente obtenerla para gozar de la dieta, etc. y ahora es el caso de saber si las dietas que por tales circunstancias no se le liquidaron, deberán liquidarse ahora por virtud del referido decreto.

Como los casos son muchos y variados y en el supuesto

de que se entienda que corresponden los pagos suspendidos con anterioridad al Decreto, me permito indicar la conveniencia de declararse que esas liquidaciones solo se practicarán á pedido de los interesados, quedando el señor Rector facultado para acordarlas, sometiendose los casos que concetúe dudosa á la consideración del Honorable Consejo.

V. S. sin embargo resolverá lo que estime procedente Saludo á V. S. muy atentamente.

Fr. Palomino Zipitria,
Contador.

Montevideo, Diciembre 10 de 1913.

Pase al Consejo Universitario.

CLAUDIO WILLIMAN,
Rector.

Andrés C. Pacheco,
Secretario General.

Montevideo, Diciembre de 1913.

El Consejo Universitario en sesión de esta fecha, sancionó la siguiente resolución: Esta Corporación entiende que el decreto del Poder Ejecutivo de fecha 18 de Noviembre último, sobre liquidación de haberes á los Profesores Agregados y Encargados de grupo, sin que medie previamente el requisito de la acumulación de sueldos, solo tiene en cuenta los casos que se produzcan después de esa fecha.

Vuelvan estos antecedentes á la Contaduría de la Universidad á sus efectos, reservándose copia en Secretaría General para publicarlos en los «Anales».

CLAUDIO WILLIMAN,
Rector.

Andrés C. Pacheco,
Secretario General.

Exámenes parciales de la Facultad de Derecho. — Supresión de las pruebas escritas.—Disposición reglamentaria sobre los exámenes orales.

MINISTERIO DE INSTRUCCIÓN PÚBLICA.

Montevideo, Agosto 13 de 1913.

(Número 402/1912.)

Vistos: El pedido formulado por la Universidad para que se supriman los trabajos escritos en los exámenes de la Facultad de Derecho y Ciencias Sociales, dejando subsistente como única prueba de suficiencia la forma oral;

Considerando: Que no obstante las ventajas teóricas del procedimiento de examen escrito, la práctica de varios años ha demostrado que él no constituye una garantía de preparación para los alumnos, ya sea por los fraudes que cometen los examinandos, y que son inevitables, ó por «la imposibilidad en que los estudiantes se encuentran para desarrollar á conciencia los dos temas escritos para cuya contestación sólo disponen los alumnos del plazo total de una hora. El examen resulta así una improvisación vivaz y aleatoria, cuando se busca precisamente con la prueba escrita un estudio meditado y sereno de los temas. Se dirá quizá, que esta es una observación de detalle que podría corregirse dando más tiempo á los alumnos para recibir sus respuestas, pero en realidad es una objeción fundamental, porque la prolongación del examen escrito por más tiempo que el que rije actualmente, con la perspectiva de la prueba oral complementaria, resultaría físicamonte abrumadora y antipedagógica en absoluto»;

Considerando: Que uno de los fines que se tuvieron en cuenta al establecer la prueba escrita fué también habituar á los estudiantes á escribir sobre temas de derecho,

pero que ese resultado no desaparece con la supresión que se propone, porque dentro del sístema de enseñanza vigente, los estudiantes están obligados á realizar trabajos escritos durante los cursos universitarios;

Considerando: Que, como dice la Universidad, «el exámen oral, en la forma que se establece en el proyecto, con una disertación previa y con las interrogaciones que á continuación haga la Mesa Examinadora, ofrece todas las garantías de seriedad suficientes y si no puede decirse que no presenta defectos, estos no son tan graves como los que vician el sistema impugnado, sirviendo el método propuesto para formar criterio,—lo más exacto posible en la generalidad de los casos,—acerca de la preparación del estudiante»;

Considerando: Que dado lo avanzado del año universitario, no sería conveniente aplicar la reforma para los próximos exámenes, pero que nada obsta para que se deje librada á los estudiantes la facultad de optar por las pruebas mixtas ó exclusivamente oral.

El Poder Ejecutivo,

DECRETA:

Artículo 1.º Los exámenes parciales de la Facultad de Derecho y Ciencias Sociales serán orales en su totalidad, con excepción de los de Práctica Forense.

Art. 2.º Los estudiantes reglamentados en los cursos de Abogacía prestarán veinte minutos de examen, de los cuales diez estarán destinados á una disertación sobre una bolilla del programa designada por sorteo, y los otros diez á las respuestas de las interrogaciones que hagan los miembros de la Mesa Examinadora.

Art. 3.º Los estudiantes libres de los cursos de Abogacía prestarán cuarenta minutos de exámen, de los cuales quince estarán destinados á disertar sobre una bolilla del programa designada por sorteo, y los otros veinticinco á las respuestas de las interrogaciones que hagan los miembros de la Mesa Examinadora.

Art. 4.º El examinando podrá solicitar una segunda y última bolilla en el caso de no poder disertar sobre la primera. También podrá solicitar una segunda y última bolilla en el caso de no concluir el desarrollo de la primera antes del término señalado para la disertación total. Deberán tenerse en cuenta estos pedidos á los efectos de la clasificación.

Art. 5.º La extensión de cada bolilla del programa será indicada por la Mesa al instalarse.

Art. 6.º Las bolillas serán sacadas á la suerte por un empleado de la Bedelía.

Art. 7.º El exámen de los estudiantes reglamentados en los cursos de Notariado, durará quince minutos, durante los cuales el alumno será interrogado por la Mesa Examinadora.

Art. 8.º El examen de los estudiantes libres, en los curios de Notariado, durará treinta minutos, en la forma establecida en el artículo anterior.

Art. 9.º Los plazos fijados para las interrogaciones en los artículos 2.º, 3.º, 7.º y 8.º, podrán ser prolongados, cuando la Mesa Examinadora lo crea necesario, en un plazo máximo de diez minutos para los estudiantes reglamentados y veinte para los libres.

Art. 10. El presente decreto empezará á regir obligatoriamente en los exámenes ordinarios de 1914. Los estudiantes que lo deseen podrán pedir su cumplimiento para los exámenes del corriente año.

Art. 11. Comuníquese etc.

BATLLE Y ORDÓÑEZ.
BALTASAR BRUM.

FACULTAD DE MATEMÁTICAS

Instituto de Ensayo de Materiales. — Disposición que aprueba la tarifa que regirá para ios pedidos particulares. — Apelación interpuesta ante el Poder Ejecutivo por el estudiante Roberto Machado, contra una rasolucion del Consejo Universitario, sobre computación de faltas de clase.

Facultad de Matemáticas

Instituto de Ensayo de Materiales. — Disposición que aprueba la tarifa que regirá para los pedidos particulares.

Montevideo, Noviembre 3 de 1912.

Señor Decano de la Facultad de Matemáticas, ingeniero don Federico E. Capurro.

De acuerdo con la reglamentación del Instituto de Ensayo de Materiales y en vista de la urgencia que existe en establecer las tarifas que deben aplicarse á los ensayos que se están efectuando ya á pedido de los particulares, creo conveniente proponer al señor Decano las siguientes:

Cuadro A

PIEDRAS NATURALES Y ARTIFICIALES

Número	DESIGNACIÓN	Precio
1	Propiedades generales	$ 2.00
2	Densidad aparente del material desecado. . . .	» 1.00
3	Peso específico	» 2.00
4	Porosidad	» 1.00
5	Permeabilidad al agua	» 1.00
6	Higroscopicidad	» 1.00
	ENSAYOS DE RESISTENCIA	
	Preparación de los prismas de ensayo:	
7	Materiales muy resistentes; por cada prisma. . .	$ 3.00
8	» regularmente resistentes; por cada prisma	» 2.00
9	» poco resistentes; por cada prisma . .	» 1.00
10	Ensayos á la compresión	» 2.00
11	» » » extensión.	» 2.00
12	» » » flexión	» 2.00
13	» al esfuerzo cortante.	» 2.00
14	» » choque	» 2.00
15	» » desgaste.	» 2.00
16	Resistencia al fuego.	» 5.00
17	Ensayos á la compresión después del fuego . . .	» 7.00
18	Determinación del coeficiente de elasticidad. . .	» 5.00

Cuadro B

CALES Y CEMENTOS

Número	DESIGNACIÓN	Precio
1	Densidad aparente	$ 1.00
2	Peso específico	» 2.00
3	Finura de molienda	» 1.00
4	Fraguado	» 2.00
5	Invariabilidad de volumen en frío	» 1.00
6	» » » » caliente.	» 2.00
7	Resistencia á la extensión y compresión de pastas ó morteros; por cada período ó naturaleza del ensayo	» 2.00
8	Resistencia á la flexión y compresión de pastas ó morteros; por cada período ó naturaleza del ensayo	» 2.00
9	Resistencia á la compresión sobre cubos de 50 cm^2 de sección; por cada período ó naturaleza del ensayo	» 2.00
10	Ensayos de adherencia; por cada período. . . .	» 2.00
11	Determinación de la densidad de los morteros . .	» 2.00
12	Ensayos de permeabilidad.	» 2.00
13	» » alteración en el agua de mar. . . .	» 5.00
14	Determinación del coeficiente de elasticidad. . .	» 5.00

Cuadro C

MADERAS

Número	DESIGNACIÓN	Precio
1	Propiedades generales	$ 2.00
2	Densidad aparente	» 1.00
3	Determinación del grado de humedad	» 2.00
4	» de la dilatación lineal en el agua .	» 2.00
5	Ensayos á la compresión	» 2.00
6	» » » extensión.	» 2.00
7	» » » flexión.	» 2.00
8	» al esfuerzo cortante	» 2.00
9	» » desgaste.	» 2.00
10	» » choque	» 2.00
11	Determinación del coeficiente de elasticidad. . .	» 5.00

Cuadro D

ANÁLISIS QUÍMICOS

Número	DESIGNACIÓN	Precio
1	Materiales hidráulicos (cales, cementos, etc.) . .	$ 15.00
2	Cales grasas, análisis completo	» 10.00
3	» » determinación del porcentaje de cal .	» 4.00
4	Calcáreos y margas	» 10.00
5	Yeso, determinación del sulfato de cal	» 5.00
6	Asfalto	» 25.00
7	Arcillas, arenas, puzolanas y rocas.	» 10.00
8	Pizarras.	» 10.00
9	Pinturas	» 12.00
10	Hierro, fundición y acero, análisis corriente. . .	» 10.00
11	Metales y aleaciones, por cada determinación . .	» 5.00
12	Agua: grado hidrotimétrico	» 2.00
13	» análisis corriente	» 25.00

Los ensayos que se soliciten al Instituto y que no estén especificados en los cuadros anteriores, se cobrarán de acuerdo con los precios de ensayos semejantes ó en ralación al trabajo que exigiesen.

Las tarifas correspondientes á los ensayos de metales las elevaré cuando estén instaladas las máquinas destina das á esa sección del Instituto.

En cuanto á la forma en que se efectuará el cobro del importe de los ensayos, creo indispensable que sea en el mismo Instituto y en el momento de presentarse la solicitud con el material á ensayarse, lo cual simplificaría los trámites y facilitaría por consiguiente el uso de estos servicios al público.

Respecto al control de la recaudación y rendición de cuentas, se hará de acuerdo con lo que propusiese la Contaduría de la Universidad.

Saluda á usted muy atentamente.

F. Iglesias Hijes.

Montevideo, Noviembre 5 de 1912.

Repártase entre los los miembros del Consejo Directivo.

FEDERICO CAPURRO.

Horacio Ruiz,
Secretario.

El Consejo Directivo de la Facultad de Matemáticas, en sesión de esta fecha sancionó la siguiente resolución:

Montevideo, Noviembre 19 de 1912.

Apruébanse las tarifas propuestas; y pase al Consejo Universitario á sus efectos.

FEDERICO CAPURRO.

Horacio Ruiz,
Secretario.

Montevideo, Noviembre 22 de 1912

Informe la Contaduría de la Universidad.

WILLIMAN.

A. C. Pacheco.

Montevideo, Diciembre 7 de 1912,

Señor Rector:

El artículo 15 del Reglamento de Rentas establece que «las rentas serán recaudadas por la Tesorería de la Uni-« versidad, salvo el caso en que por disposiciones espe-« ciales esté sometida la recaudación directa á otra oficina « Universitaria ó del Estado». De manera que es el caso de que tomadas en censideración las razones aducidas, se autorice al Director del Laboratorio para hacer el cobro directamente.

Si eso se hiciere, sería conveniente declarar expresamente, aunque ello ya resulta del mismo Reglamento. que en la forma de recaudación regirán las mismas reglas que para la Tesorería, autorizando á ésta para entregarles los correspondientes timbres de control de recaudación y estableciendo además que el señor Director deberá vertir en Tesorería, mensualmente lo percibido, presentando al efecto una relación de lo cobrado, con los duplicados de los recibos y un estado demostrativo del saldo de timbres en su poder cada fin de mes.

En cuanto á la tarifa propuesta entiendo que no tratándose de impuestos sinó de retribución de servicíos públicos, el Honorable Consejo puede determinar el precio de éstos.

Saluda á ustedes muy atentamente.

Fr. Palominio Zipitría,
Contador.

Montevideo, Diciembre 11 de 1912.

El Consejo Universítario en sesión de esta fecha sancionó la siguiente resolución:

Aceptar las precedentes tarifas aprobadas por el Con-

sejo Directivo de la Facultad de Matemáticas, y elevarlas al Poder Ejecutivo para su resolución.

WILLIMAN.

Andrés C. Pacheco.

Montevideo Diciembre 16 1912.

Excmo. señor Ministro de Instrucción Pública, doctor don Juan Blengio Rocca.

De acuerdo con lo resuelto por el Consejo Universitario con fecha 11 del corriente, tengo el honor de elevar á V. E. para la resolución que corresponda, los antecedentes relativos á las tarifas que se desean aplicar, á los efectos del cobro de los ensayos de materiales que efectúe el Instituto que recientemente se acaba de instalar en la Facultad de Matemáticas.

Saludo á V. E. muy atentamente.

CLAUDIO WILLIMAN.

A. C. Pacheco,
Secretario.

MINISTERIO DE INSTRUCCIÓN PÚBLICA.

Montevideo, Enero 7 de 1913.

Apruébase la tarifa á regir en el Instituto de Ensayo de Materiales aceptada por por los Consejos Univesitario y Directivo de la Facultad de Matemáticas.

Comuniquese y devuélvase.

Rúbrica del señor Presidente.
JUAN BLENGIO ROCCA.

Montevideo, Agosto 27 1913.

Dése cuenta al Consejo Universitario, comuniquese á la Facultad de Matemáticas, publíquese en los «Anales de la Universidad». inscríbase en el «Libro de Resoluciones Generales» y pase á la Contaduría á sus efectos.

WILLIMAN.

A. C. Pacheco.

Apelación interpuesta por el Estudiante Roberto Machado contra una resolución del Consejo Universitario sobre computación de faltas de clase.

MINISTERIO DE INSTRUCCIÓN PÚBLICA.

Montevideo, Setiembre 16 de 1913.

Vistos: estos antecedentes relacionados con la solicitud del señor Roberto Machado para que se descuenten sus faltas de asistencia á los cursos de Topografía Práctica y Dibujo Topográfico;

Resultando, que el señor Machado funda su pedido: *a)* en que ocupando por orden Superior, el puesto de Operador en la Comisión Demarcadora de Límites con el Brasil, le es imposible asistir con regularidad á los cursos que se dictan en la Facultad de Matemáticas; *b)* que el desempeño de dicho puesto, implica un extenso conocimiento de Topografía y Dibujo Topográfico, al mismo tiempo que una práctica más completa que la que se exige en la Facultad; *c)* en que la imposibilidad de asistir á los cursos no existe en los meses de invierno, período de receso de aquellos trabajos; *d)* en que ha cursado dichas materias en la Academia Militar, y prestado servicios en la Comisión Geográfica Militar, anexada al Estado Mayor.

Resultando, que el Consejo de la Facultad de Matemáticas se opone á lo solicitado porque los estudios de la Academia Militar no son revalidables puesto que sus programas son menos extensos que los de aquélla, que los nombramiento de que ha sido objeto el señor Machado no implican para la Universidad el reconocimiento de suficiencia en las materias mencionadas, y que en cuanto á los trabajos prácticos deben realizarse bajo la dirección de los profesores según la organización existente, pues «mientras no se modifique el actual orden de cosas no sería regular sino peligroso exonerar de la asistencia á las clases, sin contralor alguno, á aquellos alumnos que desempeñasen funciones en tal ó cual oficina técnica del Estado».

Resultando, que el señor Fiscal de Gobierno de 1.er turno entiende que debe confirmarse la denegatoria formulada por las autoridades universitarias porque «El artículo 16 del Reglamento General de la Universidad establece que la asignatura de Topografía es una asignatura práctica y el artículo 55 dispone á su vez que en las materias prácticas se requiere para ganar el curso no sólo haber asistido á la clase, sino también haber hecho durante el año el número de trabajos que determina el reglamento interno respectivo» y que, por consiguiente, sería necesario, para atender el pedido del señor Machado, que se modificara el reglamento universitario, lo que sólo podría hacerse por iniciativa del Consejo, de acuerdo con las disposiciones legales vigentes. Considerando, que la ley de 25 de Noviembre de 1889 establece en el inciso 2.º del artículo 1.º que los estudios superiores que, según los reglamentos universitarios, se conceptúan *prácticos* no podrán cursarse *en ningún caso* sino en las Universidades Nacionales, y con sujeción en un todo á sus reglamentos; y que el artículo 34 de la Ley de Julio 14 de 1885, y el artículo 11 de la de 31 de Diciembre de 1908 conceden á las autoridades universitarias, con aprobación del Poder Ejecutivo, la facultad de formar los re-

glamentos generales para la enseñanza secundaria y superior. Que del artículo 16 del Reglamento General vigente resulta que las materias de Topografía, Práctica, y Dibujo Topográfico son *prácticas.*

« Que, por consiguiente, no se puede acceder á lo solicitado por el señor Machado sin violar la Ley de Noviembre de 1889, á no ser en el caso de que se modificara el Reglamento, lo que tampoco se podría hacer desde que las referidas materias son, efectivamente, de carácter *práctico,* y deben ser estudiadas en las condiciones actuales.

« Considerando, que el señor Machado, en vez de solicitar que se le exonarara de asistir á las clases, debió, más bien, pedir al Consejo que, por las razones de equidad que invoca, le permitiera ampararse en la resolución de 14 de Setiembre de 1900 (nota 6.ª al artículo 55 del Reglamento General), es decir, que se le computara como media falta cada una de las que cometiera por el desempeño de sus funciones, desde que éstas están ligadas con el conocimiento de las materias que debe cursar.

« El Poder Ejecutivo, resuelve: Confirmar la resolución del Consejo Universitario no haciendo lugar al pedido del señor Machado para que se le exonere de la obligación de concurrir á las clases de Topografía, Práctica y Dibujo Topográfico.

« Comuníquese, etc.

Rúbrica del señor Pesidente,
BALTASAR BRUM. »

Montevideo, Septiembre 26 de 1913.

Dése cuenta al Consejo Universitario, comuníquese á la Facultad de Matemáticas, publíquese en los « Anales de la Universidad » y archívese.

WILLIMAN.

A. C. Pacheco.

SECCIÓN DE ENSEÑANZA SECUNDARIA Y PREPARATORIA

Ingreso á Agronomía. — Nombramiento de profesores de Enseñanza Secundaria. — Resolución recaída en la apelación interpuesta por el señor Víctor Ricaud, reclamando de la decisión del Consejo de Enseñanza Secundaria por la cual no se le nombraba profesor de Francés. — Creacion del aula de Dactilografía, en la Sección de Enseñanza Secundaria para mujeres.

SECCIÓN DE ENSEÑANZA SECUNDARIA Y PREPARATORIA

Ingreso á Agronomía

MINISTERIO DE INDUSTRIAS.

Montevideo, Agosto 9 de 1913.

Vista la nota del Consejo de Patronato y Administración del Instituto Nacional de Agronomía fecha 4 del corriente, relativa á la prórroga del período de examen de Ingreso;

Atento á la circunstancia de existir varios estudiantes que por no haber rendido exámen en todas las materias, si no se les permitiera completar la prueba en el mismo Instituto quedarían en situación anómala, desde que tampoco podrían completarla en la Facultad de Enseñanza Secundaria;

Se resuelve: Habilitar el período de Noviembre de 1913 y Febrero de 1914 para que puedan ser examinados en el Instituto, á los efectos del Ingreso, los estudiantes que en el mismo ó en la Universidad, hubieran rendido con aprobación materias comprendidas en los programas provisorios de Ingreso á Agronomía.

Comuníquese y publíquese.

Rúbrica del señor Presidente.
JOSÉ RAMASSO.

Nombramiento de profesores de Enseñanza Secundaria

RESOLUCIÓN RECAÍDA EN LA APELACIÓN INTERPUESTA POR EL SEÑOR VÍCTOR RICAUD, RECLAMANDO DE LA DECISIÓN DEL CONSEJO DE ENSEÑANZA SECUNDARIA POR LA CUAL NO SE LE NOMBRABA PROFESOR DE FRANCÉS.

MINISTERIO DE INSTRUCCIÓN PÚBLICA.

Montevideo, Setiembre 16 de 1913.

Vistos: estos antecedentes relacionados con la apelación interpuesta por el señor Victor Ricaud contra la resolución del Honorable Consejo de Enseñanza Secundaria que no le designó profesor de Francés para el curso de 1912.

Resultando: 1.º que el señor Victor Ricaud era encargado de un grupo de estudiantes de Francés durante los cursos de 1912.

2.º Que en Marzo de 1913 el señor Decano lo propuso para ocupar el mismo cargo para ese período universitario y el Consejo no lo nombró.

3.º Que, según el apelante, la resolución mencionada es ilegal porque el decreto reglamentario de Octubre 20 de 1912 establece para la designación de profesores: que el primer año que se aplique el plan nuevo serán nombrados por votación secreta y se requerirá la mayoría absoluta de los votos del Consejo, procurando que los nombramientos recaigan entre los que hasta ahora se han distinguido como encargados de grupos y que de acuerdo con esa disposición,—ya que se había desempeñado correctamente, debió ser designado para el puesto en los cursos siguientes;

Resultando, que el Consejo de la Sección de Enseñanza Secundaria y Preparatoria, manifiesta:

1.º Que no estaba obligado á aceptar la propuesta del

nombramiento del señor Ricaud, por ser esa una facultad discrecional que le está garantida con *el voto secreto.*

2.º Que el *derecho á la Cátedra* que invoca el señor Ricaud sólo existe para los que están amparados por la ley de Julio 19 de 1901, pero no para el cargo que ocupa dicho señor, de naturaleza precaria, no presupuestado, cuya duración corresponde al año escolar, y que fenecido éste, cesa el Profesor;

Resultando que el señor Fiscal de Gobierno de 1.er turno opina que debe confirmarse la resolución de las autoridades universitarias;

1.º Porque la disposición reglamentaria citada dispone que los nombramientos se harán por *votación secreta,* y que si ningún votante está obligado á dar razones de su voto « es evidente que es dueño de dárselo á quien le parezca » y que « siendo así la referencia que el inciso hace en favor de los encargados de grupos, no es sino una simple indicación que los miembros del Consejo deben tener en cuenta, porque no les obliga á votar por ningún candidato determinado, desde que no teniendo que dar cuenta de su voto, pueden dárselo libremente á quien mejor les parezca ».

Considerando: que el inciso 1) del artículo 1.º del Reglamento de Octubre 30 de 1911, menciona á los profesores que se hubiesen *distinguido* como encargados de grupos, y que no basta haberse desempe ñado con corrección para entrar en esa categoría, pues para ello se requiere una serie de condiciones, tales como laboriosidad, inteligencia, métodos de enseñanza y carácter, etc., que deben ser apreciados libremente por las autoridades universitarias;

Que el decreto citado ha querido rodear los nombramientos de todas las garantías posibles, dando preferencia sin embargo, al interés de la enseñanza, y en segundo lugar, al de los profesores; y que para conseguir ese resultado dispone que los candidatos podrán ser propuestos por el Decano, pero que serán nombrados por el

Consejo por mayoría *absoluta de votos* y en votación secreta y es evidente que si se requiere la mayoría absoluta de votos, es porque el decreto prevee el caso de que esa mayoría no se obtenga y que, por lo tanto, el candidato puede ser rechazado;

Que esa interpretación es perfectamente lógica porque, como dice el señor Fiscal de Gobierno, la referencia en favor de los profesores no implica sino una indicación á la consideración del Consejo, pero es indudable que se deja á éste la facultad de apreciar si un profesor se ha ó no distinguido en el desempeño de su cometido, y que para garantir á los miembros del Consejo la libertad de decidirse, se les acuerda el voto secreto con lo cual se les exime de la obligación de dar á los candidatos explicaciones sobre sus actos;

Considerando, que los encargados de grupos no tienen ningún derecho al puesto porque cesan en sus cargos al concluirse el año universitario, y que esa resolución se ha tomado precisamente para dejar á las autoridades universitarias en condiciones de hacer los nombramientos, sin preocuparse de las protestas de los interesados y que para ello se les acordó además el voto secreto, que los exime de responsabilidad para con los pretendientes;

Que no se ha probado que el Consejo haya sido injusto ni omiso en el uso de sus derechos, lo que hubiera ocurrido, por ejemplo, si se hubiese demostrado que había desechado una candidatura en beneficio de otra que reuniese menos condiciones de competencia. El Poder Ejecutivo resuelve: Confirmar la resolución del Honorable Consejo de Enseñanza Secundaria y Preparatoria que no designó al señor Ricaud para regentear un grupo de Francés, y declarar que los miembros de dicho Consejo no estaban para dar explicaciones de sus decisiones al señor Ricaud.

Comuníquese.

Rúbrica del señor Presidente.
BALTASAR BRUM.

Sección de Enseñanza Secundaria y Preparatoria para mujeres — Creación del aula de Dactilografía

MINISTERIO DE INSTRUCCION PÚBLICA.

Montevideo, Octubre 28 de 1913.

Considerando que no existe inconveniente legal alguno que obste á la apertura de una clase de Dactilografía en la Sección de Enseñanza Secundaria y Preparatoria para Mujeres toda vez que dando á la asistencia carácter facultativo, él no representaría recargo alguno en el plan de estudios vigente;

Considerando que la inscripción abierta en la referida Sección ha arrojado el número de ochenta y cuatro alumnas, lo que permitirá la formación de cuatro grupos. Atento á que las señoritas Bedel y Auxiliar de Secretaría, están habituadas al uso de las máquinas de escribir y se encuentran en condiciones de dirigir esa clase en las horas de la tarde, sin desatender sus ocupaciones que sólo tienen lugar en las de la mañana. Atento á que dirigida esa clase por las expresadas es equitativo se remuneren sus servicios con una asignación extraordinaria.

Vistos los informes favorables de los Consejos Universitario y de Enseñanza Secundaria y Preparatoria;

SE RESUELVE:

1.º Autorizar desde la apertura del próximo año escolar y en los subsiguientes, el funcionamiento de una clase libre de Dactilografía en la Sección de enseñanza Secundaria y Preparatoria para mujeres, á cuyo efecto se abrirá una matrícula especial en la Tesorería de la misma.

2.º Al finalizar el año Universitario se realizará una prueba de suficiencia consistentes en un dictado en el cual

se clasificará la corrección en el uso de los signos, la ortografía y la velocidad. Esta prueba será presidida por la Decano de la Sección asistida por las encargadas de la clase, debiéndose dar constancia de su resultado.

3.º Designar á las señoritas María Luisa Ferro y Manuela V. Villaverde, Bedel y Auxiliar respectivamente de la Sección, para dirigir alternativamente las clases cuyo funcionamiento se autoriza por la presente resolución.

4.º Acordar á las expresadas empleadas como retribución extraordinaria por las tareas que se le encomiendan, la suma de veinte pesos mensuales cada una, imputables á «Economías de la Universidad» que se liquidará simultáneamente con el sueldo correspondiente á los cargos que desempeñan.

Comuníquese y publíquese.

Rúbrica del señor Presidente.
BALTASAR BRUM.

LICEOS DEPARTAMENTALES

Remuneración á las Comisiones Examinadoras de los Liceos de Salto, Paysandú, Río Negro y Soriano. — Forma de inversión de fondos que recauden los Liceos. — Clausura de Cursos y celebración de exámenes en los Liceos. — Adquisición del edificio que ocupa el Liceo de Mercedes. — Remisión de cuentas mensuales. — Material de enseñanza para los Liceos. — Pago de despacho aduanero. — Adquisición de aparatos ofrecidos por el señor Amadeo Noell Chopinet para el Liceo de Flores. — Resolución del Poder Ejecutivo aprobando la disposición del Rector autorizando un gasto para el Liceo de Artigas. — Remuneración á las Comisiones Examinadoras de campaña. — Remisión de cuentas mensuales.

Liceos Departamentales

Remuneración á las Comisiones examinadoras de los Liceos de Salto, Paysandú, Río Negro y Soriano

CIRCULARES

MINISTERIO DE INSTRUCCIÓN PÚBLICA.

Montevideo, Enero 7 de 1913.

Vistos: Atento á la expuesto en la precedente nota y considerando que las tareas de las Comisiones examinadoras de los liceos de Salto, Paysandú, Río Negro y Soriano son mayores y más complicadas que las Comisiones que han recibido los exámenes de los Liceos, donde no existe la enseñanza preparatoria.

Se resuelve: Concédese la autorización solicitada para elevar la remuneración á cuarenta pesos ($ 40) á cada examinador de las indicadas Comisiones y en doce pesos ($ 12) al Secretario de las mismas.

Comuníquese.

Rúbrica del señor Presidente.
JULIÁN DE LA HOZ.

Forma de inversión de fondos que recauden los Liceos

Montevideo, Setiembre 15 de 1913.

Señor Director del Liceo Departamental de.....

Para su conocimiento y demás efectos, transcribo á usted la siguiente resolución del Poder Ejecutivo: «Ministerio de Instrucción Pública. — Montevideo, Setiembre 9 de 1913. — Vistos estos antecedentes relacionados con la forma de inversión de los fondos que recauden los Liceos de Enseñanza Secundaria, de acuerdo con la ley de 19 de Junio de 1882. — Considerando que en la actualidad los señores Directores remesan trimestralmente á la Tesorería de la Universidad, las sumas percibidas que son vertidas en la Asistencia Pública, de cuyos recursos forman parte. — Que este procedimiento origina con ese movimiento innecesario de dinero, tramitaciones perjudiciales por el recargo de tareas que representan para las oficinas llamadas á intervenir.

«Que tratándose de cantidades de poca importancia, como son las que ordinariamente se giran no existe inconveniente alguno en que ellas sean retenidas por los Liceos y en cambio éstos comuniquen trimestralmente á la Universidad el importe de lo recaudado en el mismo período, para ser deducido del presupuesto que corresponda. — Por estos fundamentos, Se resuelve: Los Directores de los Liceos Departamentales de Enseñanza Secundaria comunicarán trimestralmente á la Tesorería General el importe de las sumas que hayan recaudado por el concepto antes expresado.

«Dicha Tesorería deducirá esas sumas del presupuesto del respectivo Liceo y las entregará á la Asistencia Pública, remitiendo á aquél el recibo correspondiente.—Comuníquese.—BATLLE Y ORDÓÑEZ.—BALTASAR BRUM.»

Saludo á usted atentamente.

A. C. Pacheco, Secretario. — C. WILLIMAN.

Clausura de cursos y celebración de exámenes en los Liceos [1]

Montevideo, Setiembre 25 de 1913.

Señor Director del Liceo Departamental de...

Comunico á Vd. que debiendo recibirse en la segunda quincena de Diciembre próximo los exámenes de los Liceos Departamentales, los cursos de los mismos permanecerán abiertos hasta el día diez de dicho mes, con objeto de no distanciar demasiado la fecha de la clausura de las clases de la de los exámenes, para evitar interrupciones en el estudio, que mucho perjudica á la preparación de los alumnos como se ha podido comprobar el año anterior.

Saludo á Vd. atentamente.

WILLIMAN.

Andrés C. Pacheco.

Adquisición del edificio que ocupa el Liceo de Mercedes

MINISTERIO DE INSTRUCCION PÚBLICA.

Montevideo, Setiembre 26 de 1913.

Vistos estos antecedentes relacionados con la propuesta de don Luis Alberto Zanzi sobre venta al Estado del edificio que ocupa el Liceo de Enseñanza Secundaria de Mercedes en la suma de veintidós mil pesos que asciende su

(1) Por circular posterior se resolvió que en los Liceos mas cercanos á la Capital, es decir, el de Canelones, San José, Minas, Florida y Colonia, la clausura de los cursos se verificará el 30 de Noviembre.

valor, según tasación efectuada por la Dirección General de Avaluaciones.

Considerando: Que interesa dotar á cada Liceo de un edificio propio que ofrezca á los alumnos alojamiento adecuado tanto del punto de vista pedagógico como del higiénico.

Que el ofrecido por el señor Zanzi, satisface á este respecto las necesidades de esas instituciones de enseñanza como lo demuestra el hecho de haber funcionado en él, durante varios años, el antiguo Instituto Uruguayo y hallarse instalado cómodamente en la actualidad el Liceo de la referencia.

Que en cuanto á la forma de pago, la propuesta es ventajosa, pues el Gobierno tomando á su cargo la hipoteca de catorce mil pesos que grava la finca, solo tendrá que abonar al propietario la cantidad de ocho mil pesos, y al Banco Hipotecario en concepto de amortización é intereses la cantidad de noventa y cinco pesos noventa y ocho centésimos mensuales, inferior á lo que paga por el arrendamiento del mismo edificio. Se resuelve:

1.º Adquirir mediante el pago de ocho mil pesos, y siempre que la titulación respectiva se halle en perfectas condiciones, el terreno y edificio, propiedad del señor Luis Alberto Zanzi, ocupado por el Liceo de Enseñanza Secundaria en Mercedes.

2.º El Gobierno tomará á su cargo á contar de la fecha de la escrituración del contrato de venta, de acuerdo con la presente resolución, la hipoteca de catorce mil pesos constituída sobre esos inmuebles.

3.º Pasen estos antecedentes á la Escribanía de Gobierno y Hacienda para el examen de los títulos sobre cuya bondad informará al Ministerio.

4.º En oportunidad líbrese la orden de pago, que corresponde con cargo á «Eventuales del Ministerio» á reintegrar con rentas de los Liceos Departamentales.

5.º Comuníquese á quienes corresponda.

Rúbrica del señor Presidente.

BALTASAR BRUM.

Señor Director del Liceo Departamental de...

Para su conocimiento y demás efectos tengo el agrado de transcribir á usted el siguiente Decreto del Ministerio de I. Pública:

«Montevideo, Diciembre 9 de 1913.

Vistos y resultando: Que en virtud de lo dispuesto en las resoluciones de 7 y 14 de Octubre próximo pasado, debe ser reintegrada á Eventuales del Ministerio, la suma de $ 8.080,00 importe del edificio propiedad de don Luis Alberto Zansi, adquirido por el Estado para asiento del Liceo de Mercedes. Resultando que la Universidad consulta acerca de la cuota con que ha de contribuir cada Liceo, en vista de que las rentas del ya citado calculadas hasta el 31 de Octubre último alcanzan á $ 2.104,45, sobre los que gravitan erogaciones autorizadas que ascienden á $ 451.00. Considerando equitativo que el Liceo de Mercedes cargue con la mayor contribución que permitan sus recursos disponibles, ya que es en su beneficio que se ha realizado la compra mencionada.

SE RESUELVE:

Que el reintegro de los $ 8.080,00 á que se ha hecho referencia, se efectúe tomando $ 1.500,00 de las rentas propias del Liceo de Mercedes, y en cuanto á los demás Liceos, se tome de ellos la cantidad que corresponda al tanto por ciento del producido total, que sea necesario para cubrir el saldo de $ 6.500,00. —Rúbrica del señor Presidente. — BALTASAR BRUM.»

Saludo á usted atentamente.

C. WILLIMAN.

A. Pacheco.

Escribanía de Gobierno y Hacienda.

Montevideo, Enero 16 de 1914.

Excmo. señor Ministro de Instrucción Pública, doctor don Baltasar Brum.

Excmo. señor:

Tengo el honor de comunicar á V. E. que con fecha 31 de Diciembre último y por escritura que autoricé en el protocolo del Poder Ejecutivo, el señor Luis A. Zanzi vendió al Estado la finca que ocupa el Liceo de Mercedes, siendo el precio $ 22.000, haciéndose cargo el adquirente del gravamen hipotecario que según la liquidación que se acompaña alcanza á $ 13.914,14 cts., habiendo pagado al contado $ 8.085,86 cts.

La Escribanía cobró para verificar el pago $ 7999.20 cts., y retuvo del señor Zanzi $ 243.75 cts., importe de los intereses y comisión corridos desde el 1.o de Octubre hasta el 31 de Diciembre, día de la escrituración, quedando de consiguiente á favor del Estado un saldo de $ 157.07 cts.

Saludo á V. E. muy atentamente.

Juan José Belo,
Escribano Público.

Ministerio de Instrucción Pública.

Montevideo, Enero 20 de 1914.

Vistos: Resultando de la precedente nota que la Escribanía de Gobierno y Hacienda, con fecha 31 de Diciembre último, escrituró á favor del Estado la propiedad del señor Luis A. Zanzi, situada en la ciudad de Mercedes, que fué adquirida para asiento del Liceo de Enseñanza Secundaria de Soriano. Que efectuado el pago de la expre-

sada propiedad, la Escribanía retuvo del vendedor señor Zanzi la suma de doscientos cuarenta y tres pesos setenta y tres centésimos ($ 243.73), importe de los intereses y comisión corridos desde el 1.º de Octubre hasta el 31 de Diciembre último, día de la escrituración, quedando por consiguiente á favor del Estado, un saldo de $ 157.07.

Atento á que la propiedad del señor Zanzi ha sido adquirida con «Rentas» de los Liceos Departamentales (resolución de fecha 26 de Agosto de 1913) es equitativo que el expresado saldo de $ 157.07 sea vertido en la Tesorería General de la Universidad, para ser aplicado á los fines respectivos;

SE RESUELVE:

Autorizar á la Escribanía de Gobierno y Hacienda para vertir en la Tesorería General de la Universidad la suma de $ 157.07, importe del saldo á que se refiere la presente resolución.

2.º Disponer que la Universidad atienda los servicios de intereses y amortización de la cantidad que se adeuda al Banco Hipotecario, con la partida destinada para alquileres del Liceo de Mercedes, debiendo completar lo que faltase con rentas propias del mismo Liceo.

3.º Comuníquese y pase á la Universidad.

Rúbrica del señor Presidente.
BALTASAR BRUM.

Rendición de cuentas mensuales

Montevideo, Septiembre 27 de 1913.

Señor Director del Liceo de Enseñanza Secundaria de...

Algunos Liceos no cumplen con regularidad debida la obligación que les impone el artículo 14 del Reglamento

General de Rentas en cuanto al término dentro del cual deben producir sus cuentas.

Como el no cumplimiento de esta disposición entorpece la marcha de la Contaduría, ruego á Vd. se sirva cumplir estrictamente lo dispuesto en el artículo citado.

También hago saber á Vd. que las cuentas de cada mes deben referirse á las operaciones realizadas dentro del mismo, puesto que toda operación debe asentarse en los libros en las fechas en que se producen.

Saludo á Vd. muy atentamente.

C. WILLIMAN,

A. C. Pacheco,
Secretario.

Material de Enseñanza para los Liceos.—Pago de despacho aduanero

MINISTERIO DE INSTRUCCIÓN PÚBLICA.

Montevideo, Setiembre 30 de 1913.

Vistos estos antecedentes relacionados con el pago de la cuenta de los señores Delfino Hnos., importante quinientos diez y nueve pesos noventa y dos centésimos, procedente del despacho de material de enseñanza para los Liceos de Rocha, Maldonado, Minas, San José, Florida, Colonía, Cerro Largo, Treinta y tres, Durazno, Artigas, Paysundú y Rivera. Y atento á que el gasto de la referencia se relaciona con la instalación de esos centros de enseñanza, motivo por el cual nada impide que sea atendido con rentas de los mismos, desde que ellas están afectadas preferentemente á ese servicio (Art. de la ley de Presupuesto)

SE RESUELVE:

Autorizar á la Universidad para imputar á rentas de los Liceos la suma de quinientos diez y nueve pesos noventa y dos centésimos, importe de la cuenta mencionada.

Rúbrica del señor Presidente.
BALTASAR BRUM.

Adquisición de aparatos de enseñanza ofrecidos por el señor Amadeo Noell Chopinet para el Liceo de Flores

MINISTERIO DE INSTRUCCIÓN PÚBLICA.

Montevideo, Octubre 1.° de 1913.

Vistos y resultando: que el señor Amadeo Neell Chopinet propietarío de un Colegio Habilitado de Trinidad clausuró su establecimiento con motivo de la instalación del Liceo que funciona en la misma Capital.

Que los alumnos de dicho Colegio que ingresaron al Liceo, fueron admitidos en éste, sin previo pago de las respectivas matrículas, en mérito de haber abonado su importe al inscribirse en el primero de esos cursos de enseñanza.

Que según se manifiesta en el informe de fs. 3 vta. el señor Chopinet adeuda á la Tesorería de la Universidad ciento setenta y seis pesos cobrados á aquellos alumnos.

Que el referido señor ofrece adjudicar el material de enseñanza que detalla en el escrito inicial.

Considerando: Que la admisión de los ingresados en las condiciones cxpuestas, importa una exoneración de derechos que el señor Director no pudo decretar en cuanto contrariaba disposiciones vigentes.

Que esta omisión se halla explicada por la circunstancia de haber coincidido el período de la matrícula con la instalación del Liceo, y por consiguiente con la necesidad de proveer á los numerosos detalles que ofrece la apertura al servicio público de una institución de esa índole.

Que el Liceo carece de los aparatos que se ofrecen, los cuales reportarían verdadera utilidad á la enseñanza á estar á lo informado por el señor Director.

SE RESUELVE

Autorizar al Liceo de Trinidad para aceptar el material ofrecido por el señor Chopinet en pago de los expresados ciento setenta y seis pesos, debiendo hacer entrega á dicho señor del recibo de los materiales correspondientes y el señor Chopinet á su vez documentar á la Institución por la venta de los aparatos ofrecidos.

Rúbrica del señor Presidente.
BALTASAR BRUM.

Resolución del Poder Ejecutivo que aprueba la disposición del Rector autorizando un gasto para el Liceo de Artigas.

Montevideo, Octubre 10 de 1913.

Señor Director del Liceo Departamental de Artigas, don Juan Oscar Griet.

San Eugenio.

Para su conocimiento y demás efectos, tengo el agrado de transcribir á usted la siguiente resolución del Poder Ejecutivo:

« Ministerio de Instrucción Pública. — Montevideo, Oc-

tubre 7 de 1913.—Apruébase la resolución del señor Rector de la Universidad autorizando al señor Director del Liceo de Artigas, para destinar treinta y ocho pesos ochenta y un centésimos al pago del flete de los gabinetes remitidos al expresado Liceo. Y atento á la conveniencia de evitar dilaciones y trámites en la chancelación de pequeños gastos urgentes, facúltase al mismo señor Rector para autorizarlos dentro de la suma de cincuenta pesos, siempre que hayan de imputarse á rentas de los Liceos, y debiendo dar cuenta en cada caso al Poder Ejecutivo. Comuníquese.—Rúbrica del señor Presidente.—BALTASAR BRUM.»

WILLIMAN.

Andrés C. Pacheco.
Secretario General.

Remuneración á las Comisiones Examinadoras de los Liceos de Campaña

CIRCULAR

Montevideo, Octubre 24 de 1913.

Señor Director del Liceo Departamental de . . .

Para su conocimiento y demás efectos, transcribo á usted la siguiente resolución del Poder Ejecutivo:

«Montevideo, Octubre 21 de 1913.—Vistos: De acuerdo con lo propuesto por el señor Decano de la Sección de Enseñaza Secundaria y Preparatoria; Autorízase á la Universidad para remunerar á las Comisiones examinadoras de los Liceos de Enseñanza Secundaria en la siguiente forma: Las Comisiones que reciban los exámenes de los Liceos de Salto, Paysandú, Río Negro y Soriano, se compondrán de 9 miembros, remunerados con $ 40 cada uno y el secretario ad-hoc recibirá $ 18.—A los Liceos de Colonia,

Cerro Largo, Flores, Tacuarembó, Minas, Florida y Rocha, concurrirán cinco examinadores cuya remuneración será de $ 40 cada uno, percibiendo $ 12 el secretario ad-hoc. A los Liceos de Canelones, San José, Maldonado, Durazno, Treinta y Tres, Rivera y Artigas, concurrirán cuatro examinadores, remunerados á razón de $ 20 cada uno, percibiendo seis pesos el secretario ad-hoc.— Las erogaciones autorizadas se imputarán á rentas de Liceos.— Comuníquese.— Rúbrica del señor Presidente.—BALTASAR BRUM».

Saludo á usted atentamente.

CLAUDIO WILLIMAN.

A. C. Pacheco,
Secretario.

Remisión de cuentas mensuales

CIRCULAR

Montevideo, Noviembre 6 de 1913

Señor Director del Liceo de Enseñanza Secundaria de...

Habiendo indicado la Contaduría que algunos de los señores Directores de los Liceos, no cumplen con la remisión puntual de las cuentas mensuales que ordena el Reglamento de Rentas, hago saber á usted que dichas cuentas mensuales deben estar en la Contaduría de la Universidad dentro de los primeros cinco días de cada mes vencido.

Saludo á usted muy atentamente.

C. WILLIMAN.

A. C. Pacheco.
Seeretario.

SECCIÓN OFICIAL

Acumulación de sueldos. — Ley que declara compatibles los cargos de profesores y maestros con cualquier otro de la Administración. — Resolución sobre procedimiento para pago de cuentas. — Creación de una cátedra de Maestro de Conferencias. — Nombramiento del doctor C. Vaz Ferreira. — Nombramiento del doctor Claudio Williman para Catedrático «ad-honorem» de la Facultad de Matemáticas.

Sección Oficial

Acumulación de sueldos

LEY QUE DECLARA COMPATIBLES LOS CARGOS DE PROFESORES Y MAESTROS CON CUALQUIER OTRO DE LA ADMINISTRACIÓN.

PODER LEGISLATIVO.

El Senado y Cámara de Representantes de la República Oriental del Uuruguay, reunidos en Asamblea General.

DECRETAN:

Artículo 1.º Mientras no se sancione la ley que reglamente la acumulación de sueldos de los profesores y maestros, declárase compatibles dichos cargos con cualquier otro de la Administración Pública, y acumulables los sueldos correspondientes á las funciones que ejerzan.

Art 2.º Comuníquese, etc.

Sala de Sesiones de la Honorable Cámara de Senadores en Montevideo, á 11 de Julio de 1913.

MANUEL B. OTERO,
Presidente.

Federico Nin Aguilar,
Secretario.

MINISTERIO DE INSTRUCCIÓN PÚBLICA.

Montevideo, Julio 21 de 1913.

Cúmplase, acúsese recibo, insértese en el Registro de Leyes de este Ministerio y con la copia correspondiente remítase al del Interior.

BATLLE Y ORDOÑEZ.
BALTASAR BRUM.

Resolución sobre procedimiento para el pago de cuentas

Montevideo, Julio 28 de 1913.

Señor Rector:

Según los artículos 20 á 22 del Reglamento de Rentas, las cuentas por gastos se reconocerán y ordenarán una á una. Ese procedimiento es posible cuando las cuentas son relativamente pocas. En la actualidad las cuentas que se pasan á Contaduría son numerosísimas y ello impone la modificación de esa forma de liquidación y ordenamiento, que siguiendo ese proceder se ha hecho tarea pesada para la Contaduría y especialmente para el señor Rector, que tienen que examinar, liquidar, verificar y ordenar una á una todas las cuentas.

Ese inconveniente se subsana en la administración con la forma de liquidaciones y ordenamientos colectivos, cuando no es fácil aplicar el anterior, por medío de cuya forma de liquidación y ordenamiento colectivos, se reunen en un solo documento en períodos que generalmente son de un mes, todos los gastos hechos, disponiendo las partidas en forma conveniente y bajo rubros, á cuyo pie

la Contaduría después de las verificaciones de práctica hace la intervención, y el ordenador manda efectuar el pago de una sola vez.

Sin entrar por ahora en una modificación del Reglamento de Rentas, en esa parte, que me reservo proponer, solicito autorización de V. S. para liquidar, por punto general, una vez por mes, las cuentas por gastos en la forma colectiva á que me he referido, entendiendo así modificar un detalle de procedimiento que en nada afecta á lo establecido reglamentariamente.

Para este efecto sería conveniente prevenir á los señores Decanos y Jefes de Repartición que mandaran, una vez por mes, antes del día veinte, las cuentas reconocidas, acompañadas de una relación completa de las mismas con indicación del rubro de imputación.

Propongo esta resolución, con el fin de ponerla en vigencia para el Ejercicio corriente.

Saludo á V. S. muy atentamente.

Fr. Palomino Zipitría,
Contador.

Montevideo, Julio 31 de 1913.

Vista la presente exposición, se autoriza á la Contaduría de la Universidad para que proceda á la liquidación y ordenamiento de las cuentas, en la forma solicitada en estos antecedentes, sin que ello importe modificación al Reglamento de Rentas.

Diríjase oficio á los señores Decanos pidiéndoles se sirvan hacer pasar á la Contaduría una vez por mes, antes del día veinte, las cuentas conformadas y en la forma que se indica en la última parte de la presente nota.

Publíquese en los ANALES DE LA UNIVERSIDAD y vuelva á la Contaduría á los efectos consiguientes.

WILLIMAN.

A. C. Pacheco.

Creación de una Cátedra de Maestro de Conferencias— Nombramiento del doctor Carlos Vaz Ferreira

MINISTERIO DE INSTRUCCIÓN PÚBLICA.

Montevideo, Junio 24 de 1913.

Vista la solicitud del Comité de Estudiantes y mientras la Honorable Asamblea General no se pronuncie sobre el proyecto de ley que con esta fecha se somete á su consideración, relativo al establecimiento de una Cátedra especial en la Universidad,

El Presidente de la República

DECRETA:

Artículo 1.º Autorízase el funcionamiento de una Cátedra cuyo profesor deberá dictar cursos sobre los temas que juzgue más apropiados para la obtención de los fines indicados en el mensaje referido.

Art. 2.º El profesor formulará oportunamente un proyecto de reglamentación, teniendo en cuenta las ideas generales que motivan este decreto.

Art. 3.º Encárgase de los expresados cursos al profesor de Filosofía doctor Carlos Vaz Ferreira asignándosele una remuneración de cuatrocientos pesos mensuales que se imputarán á «Eventuales» de Instrucción Pública.

Art. 4.º Comuníquese, etc.

BATLLE Y ORDÓÑEZ.
JULIÁN DE LA HOZ.

LEY

PODER LEGISLATIVO.

El Senado y Cámara de Representantes de la República Oriental del Uruguay, reunidos en Asamblea General,

DECRETAN:

Artículo 1.º Créase en la Universidad el cargo de Maestro de Conferencias, con la remuneración de cuatrocientos pesos mensuales.

Art. 2.º El Maestro de Conferencias podrá acumular su sueldo con el de otros cargos administrativos.

Art. 3.º El Poder Ejecutivo reglamentará la presente ley.

Art. 4.º Comuníquese, etc.

Sala de Sesiones de la Honorable Cámara de Representantes á 28 de Junio de 1913.

EUGENIO J. LAGARMILLA,
Presidente.

Domingo Veracierto,
Secretario.

Decreto reglamentario

MINISTERIO DE INSRRUCCIÓN PÚBLICA.

Montevideo, Julio 29 de 1913.

Vistos: 1.º La Ley de Julio 8 de 1913 que crea en la Universidad el cargo de Maestro de Conferencias; 2.º Que el artículo 3.º establece que el Poder Ejecutivo reglamentará dicha ley.

Considerando: Que de acuerdo con las ideas que fundaron la sanción de esta ley, el Maestro de Conferencias debe gozar de ámplia libertad, tanto en la determinación de los temas, como en la fijación del número de conferencias, porque, tratándose de trabajos que pueden caracterizarse por su originalidad, no es posible pretender que se preparen en las mismas condiciones que las lecciones normales de los cursos universitarios.

Considerando: Que para asegurar el resultado de esa nueva institución basta con establecer un contralor moral, sin perjuicio de reglamentar debidamente esta ley en el futuro cuando la práctica haya suministrado normas de criterio. El Poder Ejecutivo,

DECRETA:

Artículo 1.º El Maestro de Conferencias dependerá de las autoridades universitarias centrales, sin perjuicio de que, en lo pertinente, pueda entenderse directamente con las autoridades universitarias de Facultades ó Secciones, y, también, con las de otras instituciones de enseñanza pública.

Art. 2.º El Maestro de Conferencias tendrá completa libertad en lo relativo á los temas de sus clases y conferencias, así como en lo referente á horas y días; pero deberá elevar á fin de cada año una memoria informativa de los trabajos realizados, á efecto de que las autoridades universitarias puedan formular indicaciones ú observaciones si lo creyeren del caso.

Art. 3.º Comuníquese, publíquese, etc., etc.

BATLLE Y ORDOÑEZ.
BALTASAR BRUM.

Nombramiento del doctor Claudio Williman para Catedrático «ad honorem» de la Facultad de Matemáticas.

FACULTAD DE MATEMÁTICAS.

Nota N.º 1965.

Montevideo, Octubre 28 de 1913.

Señor Rector de la Universidad.

Con fecha 20 del corriente, el infrascripto y el ex-Decano de esta Facultad, Ingeniero señor Eduardo García

de Zúñiga, propusieron al Consejo Directivo el nombramiento de Catedrático *ad honorem* de esta Facultad en favor del ex Catedrático titular de Física Ampliada, doctor don Claudio Williman. Una copia de esa propuesta acompaña la presente nota á objeto de que se conozcan los fundamentos que la determinaron. El Consejo Directivo siguiendo los trámites prescriptos para estos casos por la resolución de 24 de Agosto de 1904 que modificó el artículo 18 del Reglamento General, aceptó la referida propuesta, y en consecuencia, en sesión celebrada ayer, nombró por unanimidad de votos al doctor Claudio Williman Catedrático *ad honorem.*

Siendo necesario que este nombramiento sea ratificado por el Poder Ejecutivo según la resolución citada, me dirijo á V. S. en nombre del Consejo pidiéndole que se sirva solicitar de dicho Poder su superior aprobación. Me es grato, con este motivo, saludar á V. S. con mi mayor consideración.

Luis P. Ponce.

Horacio Ruiz,
Secretario.

Nota N.º 1965.

Montevideo, Octubre 28 de 1913.

Señor Rector de la Universidad.

Con fecha 20 del corriente el infrascripto y el ex Decano de esta Facultad Ingeniero señor Eduardo García de Zuñiga, propusieron al Consejo Directivo el nombramiento de Catedrático ad-honorem de esta Facultad en favor del ex Catedrático titular de Física Ampliada doctor don Claudio Williman.

Una copia de esa propuesta acompaña la presente nota á objeto de que se conozcan los fundamentos que la determinaron.

El Consejo Directivo siguiendo los trámites prescritos para estos casos por la resolución de 24 de Agosto de 1904, que modificó el artículo 18 del Reglamento General, aceptó la referida propuesta, y en consecuencia, en sesión celebrada ayer, nombró por unanimidad de votos al doctor Claudio Williman Catedrático «ad honorem».

Siendo necesario que este nombramiento se ratifique por el Poder Ejecutivo según la resolución citada, me dirijo á V. S. en nombre del Consejo, pidiéndole que se sirva solicitar de dicho Poder su superior aprobación. Me es grato con este motivo, saludar á V. S. con mi mayor consideración.

Luis P. Ponce.

Horacio Ruiz,
Secretario.

Montevideo, Octubre 28 de 1913.

Elévese con oficio al Ministerio de Instrucción Pública para la resolución que corresponda.

WILLIMAN.

Andres C. Pacheco.

EXPOSICIÓN DE MOTIVOS

Honorable Consejo:

Es bien conocida la actuación del doctor Claudio Williman, con respecto á nuestra Facultad, desde que se pensó en su creación.

Con un pequeño grupo de compañeros trabajó tenazmente en la época en que se daban los primeros pasos para su fundación y siguió actuando con laboriosidad y talento más de veinte años; durante ese tiempo desempeñó varias cátedras siendo la última en que le cupo ac-

tuar la de Física Industrial, cuya dirección tuvo hasta hace muy poco y hubo de abandonar para ocupar el encumbrado cargo de Presidente de la República.

El desinterés ha sido una de las notas salientes de su actuación, pues en los últimos tiempos en que actuó, sucesivamente como rector de la Universidad y Ministro de Estado, continuó desempeñando el cargo sin ningún género de remuneración, como ya lo había hecho en los primeros años de la fundación de la Facultad de Matemáticas.

No vamos á entrar en el detalle de los innumerables méritos que en tan largo tiempo contrajo, pues, son bien conocidos de todos nuestros honorables colegas.

En la creencia de que tales merecimientos deben tener una sanción moral, más aún hoy en que por no dictar su cátedra se encuentra hasta cierto punto alejado de nuestra Facultad, proponemos á éste Honorable Consejo que se le nombre Catedrático *ad honorem* de acuerdo con lo establecido por la resolución del Poder Ejecutivo de fecha 24 de Agosto de 1904.

No escapará á la atención de nuestros compañoros de Consejo el que propongamos se le nombre Catedrático «ad honorem» sin expresar de qué materia, como se ha hecho en casos análogos.

La razón es sencilla: la letra y espiritu de la resolución á que antes hacemos referencia establecen ese cargo sin especialización alguna y creemos que es la forma más lógica de hacerlo por tratarse de un cargo honorífico que no tiene derechos ni obligaciones que se relacionen directamente con ninguna Cátedra activa; es una distinción que la Facultad hace á uno de sus profesores por sus merecimientos en general y no se discinierne el cargo por lo que pueda relacionarse solamente con una sola de las cátedras de la misma.

Saludamos al honorable Consejo con nuestra mayor consideración.

Luis P. Ponce. — Eduardo García de Zúñiga.

MINISTERIO DE INSTRUCCION PÚBLICA.

Montevideo, Noviembre 4 de 1913.

Vistos: Apruébase la propuesta formulada por el Consejo Directivo de la Facultad de Matemáticas en favor del doctor Claudio Williman para Catedrático «ad honorem» de la expresada Facultad.

Comuníquese.

Rúbrica del señor Presidente.
BALTASAR BRUM».

Colación de grados y títulos

MODIFICA EL CAPÍTULO VI DEL REGLAMENTO GENERAL DE LA UNIVERSIDAD DE MONTEVIDEO, SOBRE COLACIÓN DE GRADOS Y TÍTULOS.

MINISTERIO DE INSTRUCIÓN PÚBLICA.

DECRETO

Montevideo, Noviembre 25 de 1913.

Vistos: Estos antecedentes elevados por la Universidad, relativos á la reorgauización de la colación de grados ó títulos;

Considerando: Que la fiesta anual universitaria, con motivo de la colación de grados, es una ceremonia útil y simpática, que reune en un acto de expansión á las autoridades directivas, profesorados y estudiantes de la Universidad;

Que esa ceremonia tiene un significado consagratorio de justiciero estímulo, con respecto á los que terminan sus estudios;

Considerando: Que la colación pública de grados había caído en desuso, debido á la existencia de ciertas disposiciones que perjudicaban á los graduandos;

Que conviene subsanar las deficiencias existentes, á fin de restablecer una fiesta que tiende á fortificar la corriente de acercamiento entre el pueblo y la Universidad;

Considerando: Que las objeciones formuladas por la Comisión Especial del Consejo de Medicina no tiene razón de ser:

1.º Porque no se trata de implantar una ceremonia, sino de reorganizar una ya existente, y que ninguna disposición legal había suprimido;

2.º Porque el nuevo plan de estudios vigente en Medicina colocará á sus egresados en las mismas condiciones que los de las otras Facultades;

3.º Porque la reglamentación que se establece por este decreto, permitirá que, sin ningún sacrificio, aprovechen la colación los estudiantes de Medicina que sigan los anteriores planes de estudios, siempre que terminen su carrera en el período comprendido entre el 1.º de Noviembre y la fecha de citación á los graduandos;

4.º Porque la fiesta de confraternización que menciona dicha Comisión no es excluyente de la ceremonía de la colación, antes bien se complementan, y que si por cualquier circunstancia aquélla no se realiza, no hay motivo para dejar de celebrar ésta;

Considerando: Que no son acertadas las observaciones del Consejo de Enseñanza Secundaria y Preparatoria sobre la conveniencia de excluir de la ceremonía de la colación de grados á los estudiantes que terminen su bachillerato, porque, si bien el título á que esta circunstancia da lugar no acredita el final de una carrera, en cambio marca una etapa bien caracterizada en la vida estudiantil, dentro de la actual organización universitaria, que exige la expedición del título de bachiller como acto previo á la obtención de los títulos superiores;

Que el argumento de orden económico tampoco es ad-

misible, porque el presente decreto sólo reglamenta la colación de grados, es decir, la ceremonía con que la Universidad festeja la terminación de ciertos estudios sin que nada tenga que ver con los diplomas que certifican esos hechos, y para cuya expedición recién se requerirá el previo pago de los impuestos correspondientes;

Que en cuanto á la juventud de los graduandos, lejos de ser un inconveniente, puede constituir una ventaja, porque es, precisamente, en esa época en que mejor resultado dan las fiestas que premian el talento ó las virtudes universitarias, porque se graba definitivamente en sus jóvenes imaginaciones el triunfo de sus compañeros y puede provocarles una justa emulación en sus estudios superiores;

Considerando: Que si bien á los estudiantes de Notariado no se les otorga un grado ó un título, — porque esto es privativo de la Excelentísima Alta Corte de Justicia, — no existe ningún inconveniente en que se les incluya en la ceremonia de la colación pública, — que no es otra cosa que una fiesta de estímulo y de confraternización académica, — al solo efecto de que se declare que han concluído los estudios universitarios requeridos para el ejercicio de su profesión;

Considerando: Que aun cuando los estudiantes de Comercio no dependan de la Universidad, sino del Ministerio de Instrucción Pública, están por esta circuustancia relacionados con aquélla y nada se opone á que sean incluídos en la colación de grados ó títulos que se reorganiza por este decreto;

Considerando: Que la colación privada para la obtención de grados ó títulos académicos, como se establece en el artículo 108 del actual Reglamento, carece de toda finalidad, constituyendo una ceremonia desprestigiada é inútil;

Que debe suprimirse del mecanismo administrativo todo aquello que no obedezca á algún motivo racional que lo justifique, sustituyéndolo por otras disposiciones más en armonía con la finalidad que se desea obtener;

Considerando: Que es de sumo interés estimular la afición á los estudios, y que á esto también puede contribuir el establecer,—además de las ventajas materiales que se acuerdan actualmente, como exoneraciones de derechos de títulos, matrículas, bolsas de viaje, etc., — un premio que represente una consagración permanente de los triunfos universitarios del graduado, por ejemplo una medalla de oro que podrá facilitar al poseedor el éxito en la lucha por la vida, y cuyo premio estaría en armonía con lo que dispone el artículo 132 de la Constitución, que admite las distinciones producidas por el talento ó las virtudes;

El Poder Ejecutivo acuerda y

DECRETA:

Artículo 1.° El capítulo VI del Reglamento General Universitario, sobre «Colación de grados y títulos», quedará redactado en la siguiente forma:

« Art. 106 Los grados y títulos universitarios y los demás que se indican se otorgarán en sesión pública y solemne, presidida por el Ministro de Instrucción Pública, ó por el Rector de la Universidad en ausencia de éste. Los impuestos de títulos podrán abonarse después de la colación pública, pero siempre antes de obtener el diploma que acredite el título otorgado.

Art. 107 Todos los estudiantes que hayan terminado los cursos completos de Derecho y Ciencias Sociales, Notariado, Medicina y Cirugía, Farmacia, Odontología, Ingeniería, Arquitectura, Agrimensura, Bachillerato en Ciencias y Letras y Comercio, tendrán la obligación de presentarse á recibir sus grados ó títulos en la fecha del 15 de Diciembre al 15 de Enero siguiente que designe el Consejo Universitario, y que se comunicará á los Consejos parciales y á la Escuela de Comercio. Con diez días de anticipación á la fecha indicada, dichas corporaciones convocarán, por avisos publicados en la prensa, á todos

los que se hallen en estado de recibir algún grado ó título ó que estén en las condiciones indicadas en este decreto, para que se presenten á inscribirse, bajo apercibimiento de postergación por un año.

Art. 108. La colación general de grados que se menciona en los artículos anteriores, se realizará en el salón de actos públicos de la Universidad, con arreglo á las formalidades que se expresan.

Abierto el acto hará uso de la palabra el que lo presida ó la persona que éste designe.

De inmediato el Secretario General de la Universidad leerá la nómina de los graduandos, — que llevarán el distintivo del grado, título ó estudios, — con especificación de la respectiva carrera.

Terminada la lectura el Presidente del acto otorgará los grados, pronunciando la siguiente fórmula: «En virtud de los exámenes que con aprobación habéis rendido, y, en nombre de la Universidad, os confiero los grados correspondientes á los estudios que, respectivamente habéis cursado, y vosotros los que rendísteis todos los exámenes de Notariado, os declaro que habéis terminado los estudios universitarios requeridos para el ejercicio de vuestra profesión».

Cada Consejo indicará al Rector el nombre de tres á cinco graduandos que deberán formular de viva voz, cada uno, y después de recibir el grado, una breve proposición relacionada con sus estudios.

Cualquier graduando si lo desea, puede hacerlo también.

Art. 109. Podrán dejar de concurrir á la colación pública de grados y títulos, y obtenerlos en la forma indicada en el artículo 110:

1.º Los que están imposibilitados de concurrir á la Universidad el día indicado para la colación pública por enfermedad ú otro motivo grave, debidamente justificado ante el Decano ó Director respectivo.

2.º Los que hayan terminado sus estudios antes del primero de Noviembre anterior á la colación y hayan soli-

citado la obtención en la forma determinada en el artículo siguiente, antes de la primera quincena de ese mismo mes.

Art. 110. En los casos exceptuados en el artículo anterior, el Consejo respectivo otorgará el título y mandará extender el diploma sin la asistencia del interesado, á solicitud de éste, favorablemente informada por el decano respectivo ó el director para la Escuela de Comercio, y previo pago del impuesto de título. Este será autorizado en las mismas condiciones que actualmente.

Art. 111. Créase para cada una de las ramas universitarias superiores, Bachillerato en Ciencias y Letras y Escuela de Comercio, una medalla de oro como premio de terminación de estudios.

La medalla corresponderá al alumno que haya obtenido la más alta clasificación de los exámenes de la respectiva rama, siempre que dicha clasificación represente por lo menos la mitad más una de notas de sobresaliente por unanimidad y por mayoría de todas las materias.

Para las Facultades de Medicina y Matemáticas, y ramas anexas á éstas, no se requerirá esta última condición.

Los Consejos indicarán al Rector de la Universidad el nombre del estudiante merecedor de la medalla, eligiéndose entre los que hayan concluído sus estudios en el mismo período de exámenes, ó en el mismo año cuando se trate de estudiantes de Medicina. La medalla solo se entregará en colación pública de grados por el que presida ésta.

Cuando el merecedor de la medalla fuere un estudiante de medicina que hubiese obtenido el grado privadamente, concurrirá al acto de la colación pública al solo efecto de recibir su premio.

En el caso de que el estudiante á quien correspondiese este premio no concurriese á la colación por un motivo grave justificado se postergará la entrega de la medalla para una de las colaciones siguientes, sin perjuicio de que obtenga su título en la forma determinada por el artículo 110.

Si el estudiante á quien correspondiese la medalla no quisiera ó no pudiese aceptarla, ella no será discernida al que le siga en clasificación.

Art. 112. El distintivo á que se hace referencia en el artículo 108, consistirá en una roseta roja para los doctores en Derecho y Ciencias Sociales, — en una amarilla para los doctores en Medicina y Cirujía; en una azul para los ingenieros; en una violeta para los arquitectos; en una blanca para los odontólogos; en una roja y blanca para los de Comercio; en una roja y verde para los de Notariado y en una verde para los bachilleres en Ciencias y Letras.

Art. 2.º Los gastos que se originen para el cumplimiento de las precedentes disposiciones se imputarán á Rentas Universitarias, con excepción de la medalla de oro para la Escuela de Comercio que será satisfecha con rentas de ésta.

Art. 3.º El presente decreto se aplicará á los estudiantes que hayan concluído los respectivos estudios después de su publicación.

Art. 4.º Deróganse todas las disposiciones que se opongan al cumplimiento de este decreto.

Art. 5.º Comuníquese, publíquese, etc.

BATLLE Y ORDÓÑEZ.
BALTASAR BRUM.

Supresión por el corriente año del acto de colaciones públicas de grados

Montevideo, Diciembre 22 de 1913.

Excmo. señor Ministro de Instrucción Pública, doctor don Baltasar Brum.

Con motivo del decreto del Poder Ejecutivo de fecha 25 de Noviembre último sobre colaciones públicas de

grados, varios interesados que han terminado sus respectivas carreras este año, se han presentado á la Secretaría General pidiendo informes respecto de si deben esperar la fijación de fecha para la colación pública ó si pueden colarse privadamente; pues teniendo muchos de ellos que ausentarse para campaña, se les causa un evidente perjuicio dilatando por más tiempo este estado de cosas.

Como el salón de Actos Públicos de la Universidad en el cual se llevará á cabo aquella ceremonia, recién estará habilitado para fines de Marzo próximo, — fecha en que tendré el placer de invitar al excelentísimo señor Ministro para hacer una visita á las distintas dependencias universitarias,—y el estudio del asunto figura en la orden del día de la próxima sesión del Consejo Universitario; cree este Rectorado que sería conveniente aplazar por este año la aplicación del decreto de la referencia.

Saludo á V. E. con mi consideración más distinguida.

CLAUDIO WILLIMAN,
Rector.

Andrés C. Pacheco,
Secretario General.

MINISTERIO DE INSTRUCCIÓN PÚBLICA.

Montevideo, Diciembre 23 de 1913.

Atento á que de la comunicación que antecede resulta que el salón de actos públicos de la Universidad, destinado á la colación de grados, se hallará habilitado recién á fines de Marzo del año entrante,

SE RESUELVE:

Aplazar por el presente año la aplicación del decreto del 25 de Noviembre que reglamenta la ceremonia referida.

Comuníquese y publíquese.

Rúbrica del señor Presidente.
BALTASAR BRUM.

Informe anual del Maestro de Conferencias presentado al Rectorado

Señor Rector de la Universidad de Montevideo, doctor don Claudio Williman.

Señor Rector:

En cumplimiento de la disposición reglamentaria pertinente, elevo una memoria de mi actuación como Maestro de Conferencias durante el año universitario que ha terminado. Cuando tomé posesión del cargo, en Julio 10 del corriente año, estaba muy avanzado un curso sobre cuestiones de enseñanza que yo mismo me había ofrecido para dictar por creerlo de utilidad universal.

Como un curso de esa naturaleza estaba justamente comprendido en los deberes y atribuciones del nuevo cargo, resolví continuarlo. Se trata, como lo expliqué oportunamente, de lecciones sobre cuestiones pedagógicas, con ampliación especial de la Enseñanza Secundaria.

Sería su objeto por una parte, contribuir algo á la preparación del futuro profesorado secundario (profesores del nuevo plan, profesores de grupos Universidad de Mujeres, Liceos de Campaña, etc.) y, por otra, someter á examen y discusión las cuestiones de enseñanza y estimular el interés hacia ellas. Una tarea de esta naturaleza si se consigue realizarla con algún buen sentido, debe ser útil para prevenir á la vez contra los inconvenientes de la ignorancia y contra otros no menos graves que suelen derivarse de un concepto bastante corriente de la Pedagogía, que ha tendido á hacer de ella en la práctica una disciplina más ó menos artificiosa llena de exageraciones y á menudo pedantesca. Lo que he procurado en mi curso es, pues, prevenir contra esos peligros, al mismo tiempo que hacer conocer las cuestiones fundamentales relativas á la

enseñanza secundaria, los diversos criterios con que se intenta resolverlas, organización de la enseñanza en los diversos países, etc. Me propongo publicar en libro esas lecciones, porque no existiendo según creo, en nuestro idioma, ningún tratado de Pedagogía especialmente aplicado á la Enseñanza Secundaria (todos los que conozco se refieren exclusiva ó muy principalmente á la primaria) ese libro tendrá que ser útil por esa circunstancia, aúnque sea deficiente, pues por lo menos presentará las cuestiones y motivará la discusión.

En el año, no pude, sin embargo, terminar completamente dichos curso, no solo por la gran cantidad de cuestiones que comprende, y por la dificultad de preparar las lecciones (dificultad considerable, á causa de no existir, como he dicho, casi nada escrito sobre pedagogía de la enseñanza secundaria), sino porque creí conveniente consagrar por lo menos una parte del tiempo á conferencias menos especiales para los estudiantes.

Versaron las de este año sobre ideales, para la juventud, y posibilidades prácticas de realizarlos, situación especial de la juventud de los países sudamericanos, en cuanto á los problemas morales y científicos; posibilidades para la ciencia original y para la superiorización de la cultura; combatir ó reducir á sus justos efectos los diversos pesimismos que algunos oponen á aquellas aspiraciones: pesimismos de raza generales y especiales, pesimismos relativos á la deficiencia de material de investigación y de cultura, á la falta de especialización y á la falta de tiempo; al carácter nacional y sudamericano, etc., esbozo de varios proyectos concretos y realizables al respecto; consejos prácticos á los estudiantes sobre la vida moral é intelectual de la juventud y muchos otros puntos. Esas conferencias se dieron en forma de conversaciones familiares y en parte como preparación para las futuras conferencias y cursos.

El resumen de mi trabajo en este año es como sigue:

MES DE JULIO (20 DÍAS)

Seis conferencias del curso de Pedagogia (de una hora ó más), cuatro sobre enseñanza de las Matemáticas, una sobre la enseñanza de la Geografía y otra sobre enseñanza de la Cosmografía.

MES DE AGOSTO

Las conferencias para estudiantes (de una hora y media á dos horas cada una), sobre los temas ya enunciados.

MES DE SEPTIEMBRE

Siete conferencias del curso de Pedagogía, dos sobre enseñanza de las Ciencias Experimentales, una sobre la enseñanza de las Ciencias Naturales y cuatro sobre la enseñanza del idioma.

MES DE OCTUBRE (20 DÍAS)

Siete conferencias del curso de Pedagogía, tema: enseñanza de la literatura.

Para el año próximo sin perjuicio de terminar el curso de Pedagogía, me propongo dar, entre otras, conferencias sobre la propiedad de la tierra, sobre Nietzche, Bergson, y sobre el estado actual de ciertos problemas científicos, etc.; dar algunas conferencias en Liceos de campaña, también iniciar en la Sección de Preparatorios las lecturas originales comentadas, para estudiantes: y otros proyectos, de todo lo cual realizaré lo que me sea posible.

Saludo á V. S. y por su intermedio al Honorable Consejo con la más alta consideración.

Carlos Vaz Ferreira.

Montevideo, Diciembre 2 de 1913.

Elévese al Consejo.

WILLIMAN.

Andrés C. Pacheco,
Secretario General.

Montevideo, Diciembre 8 de 1913.

El Consejo Universitario en sesión de esta fecha sancionó la siguiente resolución: Publicar el precedente informe del doctor Carlos Vaz Ferreira en los Anales de la Universidad.

WILLIMAN.

Andrés C. Pacheco,
Secretario General.

Distinción al Excmo. señor Ministro del Uruguay en Estados Unidos de Norteamérica

NOTA POR LA QUE COMUNICA Á LA UNIVERSIDAD, QUE LA UNIVERSIDAD DE NUEVA YORK LE HA OTORGADO AL DOCTOR CARLOS M. DE PENA EL TÍTULO HONORÍFICO DE DOCTOR EN LEYES.

LEGACIÓN DEL URUGUAY, WÁSHINGTON D. C.

Wáshington, Junio 12 de 1913.

Número 215.

Señor Rector:

I

Me es sumamente grato llevar á su conocimiento que la Universidad de Nueva York me honró el día 4 del co-

rriente con el título honorífico de doctor en leyes de dicha Universidad.

Acepté la distinción, no por mis méritos personales, bien limitados por cierto, aunque invocados benévolamente por el Presidente, el Consejo y el Canciller, sino porque aquela recaía principalmente sobre el país y sobre la Universidad de Montevideo, nuestra *alma mater.*

El 12 del pasado Abril me comunicó el señor Canciller ó Rector, que en conocimiento de mis distinguidos servicios y con el propósito de estrechar los vínculos de estimación y amistad internacional con los países latinoamericanos y especialmente con mi país, deseaba el Comité de grados honorarios conferirme el de doctor en leyes.

Como se trataba de una distinción á otorgarse por una institución privada, ajena á todo carácter oficial, me creí en el caso de aceptar el honor, que provenía en gran parte del elevado concepto conquistado por el Uruguay en materias de educación, y también de mi particular relación con el Canciller Mr. Elmer Elseworth Brown, á quien tuve el gusto de conocer en el primer banquete anual que la Sociedad Panamericana de Nueva York dió el año anterior al Secretario de Estado Mr. Knox y al Consejo Directivo de la Unión Panamericana.

II

Es el primer grado honorífico que esta Universidad confiere á un latinoamericano y experimento gran satisfacción por haber sido designado el Uruguay en primer término. Me considero, por esto mismo, obligado á comunicar en detalle á la Universidad de Montevideo la distinción recibida.

En el mensionado banquete del año anterior habíase mostrado el señor Canciller Brown muy interesado en conocer el movimiento educacionista en el Uruguay, sobre el cual le dí los datos más amplios, refiriéndolos á los tres grados generales de la enseñanza. Quedó muy

impresionado y le llamó especialmente la atención que en la enseñanza primaria hubiésemos tratado de adoptar modelos Norteamericanos. Estuvimos acordes los dos en la tésis que en aquella ocasión desarrolló en un hermoso discurso el doctor Nicolas Murray Butler, Presidente de la Universidad de Columbia, Nueva York, con quien estoy también en relación. El doctor Butler había hablado de la importancia primordial de las relaciones morales, intelectuales y políticas entre los Estados Unidos del Norte y las demás Naciones de las dos Américas. Y coincidíamos con el Rector, Mr. Brown, en la necesidad de crear y difundir vínculos por medio de las Universidades y de los cambios de profesores y alumnos.

Empieza la obra de acercamiento con esta solemne colación de grados que fué precedida de un banquete que á los graduandos honoríficos dió el Rector la noche antes, en el «Centro Club» de Nueva York. Estaban en la mesa además del Rector el Presidente de la Universidad, profesores, miembros del Consejo, protectores y benefactores de la Universidad.

De esta ocasión aproveché para decir algunas palabras, anticipando mi agradecimiento, pues en la ceremonia solemne de los grados no es costumbre que los graduandos hablen.

III

En el banquete de la noche del tres de Junio después de agradecer el honor dispensado, las palabras de presentación personal y el elogio tributado al Uruguay por el Rector, Mr. Brown, hice resaltar cuán agradable era para mí contribuir á extender las relaciones morales é intelectuales entre los Estados Unidos y el Uruguay, cumpliendo á la vez uno de los más gratos deberes de mi misión diplomática.

Dije que cuanto sabía de los Estados Unidos de América antes de venir aquí, era pálido comparado con lo que

había tenido ocasión de conocer y admirar desde mi llegada á este inmenso, enérgico y maravilloso país.

Hablé luego de que no eran tan recientes, como se creía generalmente, nuestras relaciones políticas y educacionales.

Mencioné enseguida la cooperación de los Estados Unidos en el reconocimiento de la Independencia de las colonias hispanoamericanas, siendo decisiva su influencia en los destinos republicanos de Sudamérica.

Recordé la actitud del gran estadista Mr. Henry Clay y la del Presidente Monroe en días críticos para los pueblos Sudamericanos, y agregué que el Uruguay encontraba además motivos especíales de complacencia recorriendo los anales parlamentarios del Congreso Norteamericano de 1818 por las menciones que en él se hicieron de la lucha contra las pretensiones de Portugal y del Gobierno de las Provincias Unidas, encabezada por Artigas, el caudillo de nuestra emancipación y el heraldo del federalismo en el Río de la Plata.

Tras estas someras referencias históricas hice notar que habían sido después escasas nuestras relaciones de todo género, hasta que, de una manera poco conocida aún en los Estados Unidos, se había iniciado una corriente de ideas que el reformador de nuestras escuelas primarias fué el primero en promover y fomentar, dando á conocer en el Uruguay la organización escolar de Massachusetts y la obra educacional de Horacio Mann y de los más notables superintendentes y comisionados que sucedieron á aquel Maestro ilustre.

Referí después las iniciativas de los últimos dos años, enviando comisiones de maestras, de inspectores, de peritos agrónomos, de funcionarios técnicos, etc., que han visitado aquí numerosas instituciones educativas, granjas, establecimientos industriales, reformatorios, etc., han recogido valiosas enseñanzas, estudiados servicios administrativos y regresando al Uruguay con gran caudal de experiencias.

Que, además, habíamos contratado algunos expertos y profesores para Institutos de Química Industrial, de Geología aplicada, de Pesca y de Avicultura.

Aunque las diferencias de lengua no han sido un grave obstáculo para detener la comunidad de esfuerzos en servicio de grandes causas ó de elevados ideales, es de desearse que esas diferencias se atenúen rápidamente para poder comprendernos y apreciarnos mejor en la obra paralela de cultura y civilización, que están llamados á realizar los pueblos de las dos Américas.

A este acercamiento de los pueblos, contribuirá poderosamente la extensión del intercambio comercial, aumentado en los dos últimos años y susceptible de mayor incremento, al amparo de la exoneración de derechos aduaneros con que la nueva tarifa de aduanas favorece á varios productos y materias primas del Uruguay y de los demás países de la América del Sud.

Los comensales que me siguieron en el uso de la palabra, se complacían en hacer elogios del Uruguay, cuyas iniciativas de mejora en varios ramos de actividad educacional y económica son aquí bien apreciados.

Resultó que uno de los huéspedes había estado de paso en Montevideo, para una semana de estadía en Buenos Aires, y que otro había recogido impresiones muy favorables sobre el Uruyuay en el libro de Mr. Bryce sobre la América del Sud. Este era Mr. Willis Fletcher Johnson, miembro del Consejo de la Universidad y profesor en la misma, de Historia del Derecho Internacional.

Prolongóse la sobremesa en medio de expansiones que demostraban la mayor cordialidad y distinción habiendo tenido la oportunidad de trasmitir informes sobre el Uruguay que fueron solicitados con interés, y de hacer relación con personas de representación en los círculos universitarios, sociales y económicos.

IV

La institución que me ha recibido en su seno y revestídome de sus insignias doctorales es realmente una vigorosa y brillante manifestación del genio creador norteamericano y del admirable espíritu de cooperación y de progreso que caracteriza á este Pueblo en sus actividades más fecundas.

Esta Universidad nació en el primer tercio del pasado siglo por iniciativa de algunos ciudadanos amantes del cultivo de la ciencia y de la literatura; ha sido desde el principio sostenida por la munificiencia de benefactores ilustres y por el concurso de sus propios alumnos, donantes generosos y agradecidos, después que salieron de las aulas.

La Universidad tiene en la parte baja de la Ciudad de Nueva York, en Washinton Square, un amplio edificio donde están las oficinas principales de administración, la escuela de Derecho, la de Pedagogía y la Escuela de Comercio, Contabilidad y Finanzas.

El Hospital de Bellevue y dos antiguos colegios de Veterinaria, han quedado hace años incorporados á la Universidad. Esas instituciones particulares, los nuevos cursos superiores de Comercio y la *División Colegiada* que es la Escuela de Pedagogía, con la Escuela de Ingeniería, los laboratorios y los colegios de literatura, artes y ciencias puras, completan la organización universitaria, tal como generalmente se practica en los Estados Unidos, donde la Universidad se compone de una dirección centralizada que tiene bajo su jurisdicción varias facultades, con uno ó más colegios, varias escuelas, hospitales, laboratorios gimnasios, campus. En esos mismos institutos se concentra el movimiento científico y literario con la mayor amplitud, á la vez que con positivo espíritu de aplicación. A lo que se unen todos los deportes de la cultura física.

En la primitiva casa de «Wáshington Square» sólo existen hoy como queda dicho, algunas oficinas, la Escuela de Derecho, la de Pedagogía y la de Comercio.

Todas las demás instalaciones, colegios, facultades, escuelas, laboratorios, etc., están propiamente en el campo ó en los suburbios de la gran metrópoli, en la calle 179, en una espléndida y pintoresca altura, á 12 kilómetros de la primitiva casa, con el «subway» (ferrocarril subterráneo) á la puerta, y con tranvía eléctrico, siendo fácil y rápida la comunicación con diferentes barrios de Nueva York. Por iniciativa particular se han construído dormitorios, además de lo que ofrece la Universidad, con las mayores comodidades y economía para los alumnos y para los profesores, teniendo algunos de éstos casa suministrada por la misma Universidad, como la tiene el «Chancellor» ó Rector, que vive en un cómodo chalet dentro del gran parque de la Universidad.

El *auditorium*, ó gran salón de actos públicos, la sala de lectura de la biblioteca, con su magnífica rotunda, la amplia y larga galería circular que sirve de corredor al Templo de la «Fama», el «Campus» con estudío y espaciosa gradería, el gimnasio, las salas de ingeniería, las cátedras de todas las facultades y colegios, los laboratorios, las casas de funcionarios y profesores, las oficinas de administración y un cuerpo de dormitorios para los alumnos, con las demás instalaciones de servicio, ocupan parte de las 8 hectáreas, más ó menos, de que se compone el hermoso parque con césped prolijamente cuidado, macizos de flores y grupos de frondosa arboleda.

V

En ese parque tuvo lugar la ceremonia solemne de los grados el día cuatro de Junio, á la que se asiste con toga birrete y esclavina, no llevando ésta los graduandos hasta que reciben el grado.

Abrióse el acto á las 10 y media de la mañana con una

concurrencia que pasaba de dos mil personas. Después de la parte musical se verificó la primera procesión de entrada por los funcionarios de la Universidad, los graduandos, los alumnos y los invitados especiales. Hizo su plegaria el Capellán y un joven alumno de tercer año, del colegio de Artes y Ciencias Puras pronunció el discurso de saludo sobre « Nuestra Ciudad, Nuestro Colegio y Nuestra Enseñanza ».

Le siguió otro alumno de tercer año de la Escuela de Ciencias Aplicadas, que habló sobre « La preparación del Ingeniero y su responsabilidad social ».

Después de un intervalo musical se otorgaron las medallas y premios especiales instituídos por protectores de la Universidad, haciéndose la presentación de premiados, por los Decanos.

A esta distribución de premios siguió el discurso de despedida por un graduando sobre este tema: «La Universidad de Nueva York y su obra urbana».

Luego un trozo de música. Después el discurso á los graduados, que fué leído por el expresidente de la Comisión de Servicios Públicos, doctor Willian R. Wilcox sobre «algunas faces de las Corporaciones de Servicio Público».

Enseguida se confirieron grados á los alumnos del Colegio de Artes y Ciencias Puras; de la Escuela de Ciencia Aplicada, de la Escuela de Pedagogía, de la Escuela Graduada. y cerróse la primera parte con la marcha «La Coronación» de Meyerbeer.

VI

Los invitados pasamos al «lunch», servido en el Gimnasio. Recorrimos después en visita de inspección los bien provistos departamentos de la Universidad, mientras la orquesta ejecutaba al aire libre varios trozos de música de grandres maestros.

La segunda parte de la ceremonia empezó con una gran

procesión de todos los funcionarios de la Universidad, los graduados, los alumnos y los especialmente invitados.

Unas 800 personas vestíamos toga y birrete. Unas 200 vestían además la simbólica esclavina doctoral, habiéndolas de varias Universidades.

De á dos en fila salimos de la Biblioteca, seguimos por el amplio corredor á doble columnata, del «Templo de la Fama», pasando entre doble fila de alumnos y graduandos, todos con toga; recorrimos una parte del «Campus» y penetramos en el «Auditorium».

En el estrado tomaron asiento los Miembros del Consejo, los graduandos de honor, los profesores, los Decanos el Presidente y el Rector precedidos por el gran maestro de Ceremonias.

Una plegaria del presidente de la Facultad de Teología fué seguida de un discurso del Rector, Mr. Brown sobre la tarea realizada durante el año, las nuevas obras en construcción; las grandes ventajas de la escuela superior de Comercio, Contabilidad y Finanzas y sobre el mérito y la calificación de la enseñanza en la Universidad de Nueva York que se propone, dentro de las exigencias científicas modernas, más amplias, la mayor eficiencia y utilidad para el individuo y para la comunidad en los estudios especulativos como en los de más honda y variada aplicación social.

VII

Un intervalo de musica por el magnífico órgano de la Universidad, el «largo» de Hendel, precedieron al acto de conferir los grados de honor.

El Presidente á cuya derecha se sientan los recipiendarios, se dirige al Rector haciendo en un breve discurso la biografía apologética de cada graduando, y en su mérito; y por resolución del Consejo pide al Rector que otorgue grado honorífico al candidato. Este, al oir su nombre se levanta, acompañado del gran maestre de ceremo-

nias, adelanta algunos pasos, saluda al Presidente y al Consejo y al Rector.

El Rector dirige una alocución al graduando; hace su elogio y cumpliendo la resolución del Consejo otorga el grado, repitiendo el nombre del graduado, sus títulos, y Universidad y País de que procede.

Inmediatamente el gran maestro de ceremonias coloca la esclavina sobre los hombros del graduado, y éste, así que recibe la insignia doctoral saluda al Rector y al Presidente y vuelve á su asiento acompañado del gran maestre.

Se concedieron dos grados honoríficos de doctor en teología y cinco de doctor en leyes, siendo éstos el Ministro que suscribe, el doctor Briessen, graduado de la misma Universidad y fundador y presidente de la muy meritoria sociedad de Ayuda Legal que defiende y da consultas gratis á los que carecen de recursos; Mr. Calvin Noyes Kendall, distinguido comisionado de Educación del Estado de Nueva Jersey; Mr. St. Clair Calvey, Canciller de la Universidad del Estado de Nueva York y notable publicista redactor del « Aguila » de Brooklin; Mr. Charles Seymour Whitman, graduado de la misma Universidad en 1894, actualmente Fiscal de distrito en el Condado de Nueva York. Mr. Whitman es el popular « Attorney » que ha obtenido expectable posición por su enérgíca campaña contra las bandas de jugadores y asesinos; contra las granjerías de policianos en las casas de juego y los lupanares en la ciudad de Nueva York.

VIII

A la colación de grados honoríficos siguieron un trozo de música; las distribuciones de premios á los alumnos de Medicina, Cirujía, Dermatología y Clínica de Hospitales; Escuela de Comercio, Contabilidad y Economía práctica; la colación de grados de los alumnos de Pedagogía, Escuela de Derecho, de Medicina de Veterinaria.

Terminó la ceremonia poniéndose de pie el auditorio para recibir la bendición del Pastor y cerróse el acto con la ejecución de la marcha de « Tannhäuser » por la orquesta.

IX

Al llevar todos estos hechos al conocimiento del señor Rector y de la Universidad de Montevideo no me guía otro propósito que el de cumplir en muy mínima parte los agradables deberes que me impone el grado honorífico que me ha sido discernido por la Universidad de Nueva York, complaciéndome en hacer conocer á la Universidad de Montevideo, las distinciones recibidas en mi carácter de alumno, profesor y decano de esa Universidad, cuyo nombre, así como el del Uruguay quedan laureados en el acta de la solemne colación de grados y han sido pronunciados con verdadera y calurosa simpatía ante un selecto y numeroso auditorio.

Tengo el honor de saludar con mi mayor consideración al señor Rector y al Honoroble Consejo de la Universidad.

Carlos María de Pena.

Montevideo, Septiembre de 1913.

Dése cuenta al Consejo Universitario.

WILLIMAN.

Andrés C. Pacheco.

CONSEJO UNIVERSITARIO.

Publíquese en los ANALES DE LA UNIVERSIDAD.

WILLIMAN.

A. C. Pacheco,
Secretario.

UNIVERSIDADES EXTRANJERAS

Universidades extranjeras

CUBA

Revalidación de los títulos de Ingenieros de minas

LEGACIÓN DEL URUGUAY.

Habana, 18 de Agosto de 1913.

Núm. 736.

Excmo. señor:

Refiriéndome á la nota núm. 338 de la Sección Asuntos Internos de ese Ministerio, datada el 3 de Junio de 1908, y ampliando las de esta Legación núm. 34 y 41 de la Sección Protocolo y fechas 5 y 12 de Septiembre del propio año, tengo el honor de informar á V. E. que el Gobierno de esta República, de acuerdo con investigaciones hechas por el doctor Fernández Junco, Jefe del Negociado de Asuntos Legales del Ministerio de Justicia y con lo recomendado por éste y por el de Instrucción Pública, han resuelto que los profesionales extranjeros que posean títulos de Ingenieros de minas y deseen ejercer en Cuba, habrán de revalidar sus títulos académicos ante las autoridades competentes, de acuerdo con la ley de 23 de Junio de 1899 y las ampliaciones del decreto de 5 de Diciembre de 1900, quedando, en consecuencia, comprendido en la ley de 31 de Octubre de 1902, todas las cuales transcribí á ese Ministerio en mi ya citada nota del 12 de Septiembre de 1908. En consecuencia, se ha declarado que el Ministerio de Agricultura, Comercio y Trabajo no es competente para autorizar, como hasta ahora lo ve-

nía haciendo, á los Ingenieros de minas para que puedan dedicarse al libre ejercicio de su profesión.

Todavía no se ha resuelto las condiciones de validez de los títulos incorporados indebidamente, contra lo dispuesto en la citada ley de 31 de Octubre de 1902.

Firmado: *Rafael J. Fosalva.*

ESPAÑA

Revalidación de títulos de Bachiller por las Universidades Españolas

MINISTERIO DE INSTRUCCIÓN PÚBLICA Y BELLAS ARTES.

EXPOSICIÓN

Señor:

Es el Bachillerato de España, y su equivalente en otros países, un conjunto de conocimientos que empiezan á formar la cultura general del estudiante y determinan su vocación, siendo más que todo preparación indispensable para emprender con fruto estudios superiores. El carácter preparatorio de este grado ha indicado, sin duda á países de tanta cultura como Alemania, á reconocer la validez de los de Bachiller extranjeros, y tanto en Inglaterra como en Francia encuentran los que lo han adquirido en otros Estados grandes facilidades para obtener sus matrículas en las diversas Facultades. España, por el contrario, no ha reconocido nunca la validez de estos estudios á pesar de reiteradas instancias, y así se da el caso que en las naciones antedichas hay quizá más de 8.000 estudiantes procedentes de veinte y tantos países de América y Oceanía que hablando nuestro idioma, llevando nuestra sangre y estando identificados con nuestra

literatura y arte no lo están con nuestra ciencia, toda vez que al regresar á su país con un título profesional importante la alemana, la inglesa ó la francesa porque su madre patria les niega lo que otras les otorgan.

Deben ser nuestros establecimientos docentes el medio de comunicación de la ciencia europea con los países que fueron españoles por lo que se impone abrirles las aulas con las indispensables restricciones, sin negar tampoco este privilegio á los subditos de los demás Estados que tengan organizada su enseñanza, ni á los españoles que hayan cursado estudios en el extranjero.

El Ministro que suscribe, al tener el honor de someter á V. M. el siguiente proyecto de decreto, no se siente estimulado por razones de índole económica, sólo tiene el propósito de contribuír á la unión espiritual con los estados de España recibieron el bautismo de la civilización.

Madrid, 19 de Diciembre de 1913.

Señor A. L. R. P. de V. M.

Joaquín Ruíz Giménez.

GACETA DE MADRID.

Núm. 267.

Septiembre, 24 de 1913.

REAL DECRETO

Conformándome con lo propuesto por el Ministro de Instrucción Pública y Bellas Artes, vengo en decretar lo siguiente:

Artículo 1.º Los títulos que en sus países respectivos den aptitud para el ingreso á las distintas Facultades correspondientes á la enseñanza superior, serán válidos en España como si se hubiesen expedido en el Reino, siem-

pre que procedan de establecimiento oficial dependiente del Estado y se haya demostrado la autenticidad del mismo, por su legalización ó la acordada correspondiente, y se identifique la persona á quien estuviese extendido.

Art. 2.o Estos títulos satisfarán los mismos derechos que devengen los de Bachiller españoles.

Dado en San Sebastián á 20 de Septiembre de 1913.

ALFONSO.

El Ministro de Instrucción Pública.
JOAQUÍN RUIZ JIMÉNEZ.

UNIVERSIDAD DE NUEVA YORK

Comunicación del Ministro Plenipotenciario del Uruguay en Norte América, sobre creación de un Laboratorio de investigación de asuntos públicos.

MINISTERIO DE RELACIONES EXTERIORES.

Montevideo, 2 de Diciembre de 1913.

Señor Rector de la Universidad, doctor don Claudio Williman.

Señor Rector:

Tengo el agrado de remitir la nota que con destino á usted he recibido de la Legación de la República en Estados Unidos de Norte América, y que se relaciona con la creación de un laboratorio de investigación sobre asuntos públicos en la Universidad de Nueva York.

Saluda á V. S. atentamente.

Por el Ministro,
B. Fernández y Medina,
Oficial Mayor.

Legación del Uruguay. — Wáshington.

Núm. 418.

D. C. Nueva York, 30 de Octubre de 1913,

Señor Rector:

La Universidad de Nueva York, que me honró con el título de doctor en Leyes *ad honorem,* ha establecido sobre la base del especial donativo de *cien mil pesos* ($ 100.000) que le hizo Mr. Teodoro Greely White para mejorar las condiciones de los jóvenes en la parte oeste de la ciudad. Un «Laboratorio de Investigación sobre asuntos Públicos», que es el primero de su género en los anales de los colegios americanos.

Las Universidades de Pensylvania y de Chicago han iniciado establecimientos semejantes, pero no tienen el carácter ni la amplitud y proyecciones de la Institución Neoyorkina.

El Canciller de esta Universidad, Mr. Brown se ha propuesto desenvolver la cooperación en la mejora de los servicios públicos, por medio de la acción universitaria bien combinada con la acción social. Por medio de clases prácticas sobre administración y gobierno, los estudiantes adquirirán un conocimiento concreto de los negocios públicos y constituirán dentro de la misma organización universitaria una especíe de «forum», consagrado á la exposición y crítica de los asuntos de carácter administrativo y político que afectan la vida de la ciudad é interesan á la actividad cívica.

II

El laboratorio ha sido instalado en la parte oeste de la ciudad, en un edificio apropiado.

Los que asistan á los cursos serán los que se interesen

en todas las manifestaciones de la vida cívica en sus respectivos distritos. Estudiarán la vida municipal en todos los resortes del Gobierno y en el mecanismo y funcionamiento de los servicios públicos.

El trabajo de los distritos del Oeste, comprenderá el estudio de la Corte de Magistrados y de la Corte Nocturna, viendo su funcionamiento y siguiendo sus tareas. Bienestar de la infancia, paseos públicos con detalles concretos acerca de las costumbres y usos; reconcentración de gentes sospechosas y su psicología; procedimientos en las organizaciones políticas, métodos de Tammay Hall, estudiando y explicando las causas de su influencia y poder; condiciones de los trabajadores á bajo salario; servicios de salubridad, aseo y limpieza de las calles, condiciones é inspecciones de las casas de prendas, servicio policial, aplicación de leyes y reglamentos á casas de inquilinatos y fábricas; servicio preventivo de incendios, condiciones de las viviendas, y varias disposiciones que aseguran la salud pública.

Los estudiantes apreciarán los actos de las oficinas municipales, del departamento de provisión de agua, del departamento de finanzas y de contaduría.

El laboratorio es además, un centro de investigaciones sociales y seguirá con interés las manifestaciones más importantes de la vida colectiva.

III

Un grupo de estudiantes estará siempre trabajando en el laboratorio, y se turnará con otros que proporcionen su actividad cooperativa por medio de observaciones en el exterior, directa y personalmente practicadas, en inspecciones y visitas, ó en la obtención de datos.

Los estudiantes podrán elegir las tareas que más prefieran, sin perjuicio de las indicaciones de los profesores ó directores del laboratorio quienes pueden señalar tareas especiales.

Los departamentos ú oficinas de servicios públicos ó de fines sociales pueden indicar trabajos y cooperar en las tareas del laboratorio.

Uno de los fines de éste será la formación de clubs de jóvenes para los mismos propósitos del laboratorio, estimulando á la juventud la mayor cooperación para el estudio y práctica manejo de los asuntos públicos de interés local. Se propende con esto á interesar el mayor número posible de gente en una labor considerada de la mayor importancia en la vía cívica, y á extender rápidamente la influencia del laboratorio de la universidad.

El laboratorio está bajo la Dirección del profesor J. W. Jenks que hace en la misma Universidad curso sobre Gobierno y conexionado con la tarea de ese curso las del Laboratorio.

El Jefe ejecutivo y el Administrador del Laboratorio es el profesor W. Lankle, que es un educacionista distinguido y hombre de disciplina y vasta experiencia en la obra social.

El profesor Jenks ha dicho que esta escuela de Gobierno tiene por principal objeto completar la educación teórica de los cursos de economía, administración y política, interesando profundamente á los jóvenes ciudadanos en la tarea cooperativa más importante que se puede concebir para hacer verdaderamente útiles las organizaciones cívicas. Suscitará la aparición de verdaderos *leaders* que intervendrán en la actividad política con la mayor preparación práctica y perfecto conocimiento y criticismo acertado de los negocios de la comunidad.

Con tales propósitos en vista, es necesario aprovechar la acción de todas las organizaciones existentes: sociedades y clubs universitarios, congregaciones, uniones de trabajadores, clubs políticos, sociedades atlécticas, ligas de todo género para la defensa de intereses sociales, y público, etc.

El plan de estudios y propaganda comprende, lecturas que se harán por funcionarios y magistrados, y por hombres espectables en la política y la literatura.

IV

Como simple recuerdo de una iniciativa que se había convertido en tarea normal de clase mencionaré aquí que, en los programas de las Cátedras de Economía y Finanzas y de Derecho Administrativo que tuve el honor de dirigir en la Universidad de Montevideo, quedó establecida como regla de enseñanza una práctica de estudios, ó ejercicios que se parecen mucho á los laboratorios fundados aquí, aunque sin las amplias ramificaciones cooperativas de éste.

Laboratorios semejantes, aunque no iguales al Neoyorkino, existen hace ya tiempo, en Francia, Alemania, Bélgica, Italia y España.

Deseando que lo mencionada indicación al final de los citados programas de nuestra Universidad y la vigorosa iniciativa de la Universidad de la ciudad de Nueva York puedan tener alguna extensa aplicación en el Uruguay, tengo el honor de presentar al señor Rector el testimonio de mi consideración distinguida.

Carlos María de Pena.

INDICE

24.

ÍNDICE

Facultad de Medicina

Facultad de Derecho y Ciencias Sociales

Págs.

Facultad de Matemáticas

Sección de Enseñanza Secundaria y Preparatoria

Sección de Enseñanza Secundaria y Preparatoria para Mujeres

Liceos Departamentales

Sección Oficial

Universidades extranjeras